

В 68

В. Н. Волченко

# ВЕРОЯТНОСТЬ и ДОСТОВЕРНОСТЬ оценки качества металлопродукции



**Вероятность и достоверность оценки качества металлопродукции.**  
Волченко В. Н. М., «Металлургия», 1979. 88 с.

В книге в краткой форме освещены особенности применения вероятностно-статистических методов для оценки качества металла и сварных соединений. Дана методика решения основных задач управления качеством: статистический анализ и регулирование качества, вероятностная оценка объемов и достоверности контроля; вероятностный расчет норм допустимости дефектов. Вероятностный критерий достоверности рассмотрен как важнейший показатель эффективности контроля.

Приведены подробные справочные таблицы, даны примеры расчета и перечень ГОСТов, относящихся к управлению качеством.

Книга рассчитана на инженерно-технических работников. Особой математической подготовки от читателей не требуется, так как элементы математической статистики даны в простейшей форме. Ил. 38. Табл. 14. Библиогр. список: 25 назв.

ИБ № 1812

ВЛАДИМИР НИКИТИЧ ВОЛЧЕНКО

## ВЕРОЯТНОСТЬ И ДОСТОВЕРНОСТЬ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА МЕТАЛЛОПРОДУКЦИИ

Редактор издательства Г. А. Карцева  
Художественный редактор В. В. Баталова  
Технический редактор Г. Н. Каляпина  
Корректоры Ф. Б. Цалкина, Ю. И. Королева  
Обложка художника В. В. Воронина

Сдано в набор 19.02.79. Подписано в печать 17.07.79 г. Т-14013 Формат бумаги 84×108<sup>1/32</sup>  
Бумага типографская № 2 Гарнитура литературная Печать высокая Усл. печ. л. 4,62  
Уч.-изд. л. 4,90 Тираж 10700 экз. Заказ № 897 Цена 25 к. Изд. № 0161

Издательство «Металлургия», 119034, Москва, Г-34, 2-й Обыденский пер., д. 14

Владимирская типография «Союзполиграфпрома» при Государственном комитете СССР по делам издательства, полиграфии и книжной торговли  
600000, г. Владимир, Октябрьский проспект, д. 7

В 31106—175 4—79 2107000000  
040(01)—79

© Издательство «Металлургия», 1979

## СОДЕРЖАНИЕ

|                                                                                                    | Стр.      |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Предисловие . . . . .                                                                              | 4         |
| От автора . . . . .                                                                                | 5         |
| <b>1. ЭЛЕМЕНТЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</b>                                            | <b>8</b>  |
| 1.1. Решаемые задачи . . . . .                                                                     | 8         |
| 1.2. Статистические распределения . . . . .                                                        | 9         |
| 1.3. Числовые характеристики . . . . .                                                             | 12        |
| 1.4. Нормальное распределение . . . . .                                                            | 14        |
| 1.5. Эмпирические распределения . . . . .                                                          | 16        |
| 1.6. Доверительные вероятности . . . . .                                                           | 18        |
| 1.7. Корреляция и регрессия . . . . .                                                              | 20        |
| <b>2. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И РЕГУЛИРОВАНИЕ КАЧЕСТВА</b>                                           | <b>22</b> |
| 2.1. Контроль и управление качеством . . . . .                                                     | 22        |
| 2.2. Показатели качества . . . . .                                                                 | 24        |
| 2.3. Сбор и анализ информации . . . . .                                                            | 27        |
| 2.4. Распределения показателей качества . . . . .                                                  | 28        |
| 2.5. Контрольные карты . . . . .                                                                   | 32        |
| <b>3. ДОСТОВЕРНОСТЬ ВЫБОРОЧНОГО КОНТРОЛЯ</b>                                                       | <b>38</b> |
| 3.1. Существующий порядок контроля . . . . .                                                       | 38        |
| 3.2. Оценка по количественному признаку . . . . .                                                  | 39        |
| 3.3. Оценка по альтернативному признаку . . . . .                                                  | 42        |
| 3.4. Оперативные характеристики выборок . . . . .                                                  | 43        |
| 3.5. Достоверность выборочной оценки . . . . .                                                     | 44        |
| <b>4. ДОСТОВЕРНОСТЬ КОМПЛЕКСНОЙ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА</b>                                                | <b>46</b> |
| 4.1. Терминология . . . . .                                                                        | 46        |
| 4.2. Точечная оценка . . . . .                                                                     | 49        |
| 4.3. Интервальная оценка достоверности . . . . .                                                   | 61        |
| 4.4. Гамма-процентный показатель качества . . . . .                                                | 65        |
| 4.5. Достоверность разбраковки . . . . .                                                           | 66        |
| <b>5. ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ НОРМАТИВНЫХ УРОВНЕЙ</b>                                          | <b>69</b> |
| 5.1. Постановка задачи . . . . .                                                                   | 69        |
| 5.2. Эксплуатационная и технологическая модели . . . . .                                           | 70        |
| 5.3. Шкалы дефектности и системы категорий контроля . . . . .                                      | 74        |
| <b>6. ОРГАНИЗАЦИОННО-ЭКОНОМИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРОБЛЕМЫ «КАЧЕСТВО — ДОСТОВЕРНОСТЬ — ЭФФЕКТИВНОСТЬ»</b> | <b>77</b> |
| 6.1. Модель оценки эффективности . . . . .                                                         | 77        |
| 6.2. Оценка обобщенного ущерба от брака . . . . .                                                  | 78        |
| 6.3. Знак качества и достоверность . . . . .                                                       | 80        |
| Библиографический список . . . . .                                                                 | 81        |
| Приложение 1. Интегралы вероятностей нормального распределения . . . . .                           | 82        |
| Приложение 2. <i>t</i> -распределение Стьюдента . . . . .                                          | 83        |
| Приложение 3. Распределение Пуассона . . . . .                                                     | 84        |
| Приложение 4. Вероятностная сетка нормального распределения . . . . .                              | 85        |
| Приложение 5. Вероятностная сетка распределения Вейбулла—Гнеденко . . . . .                        | 85        |
| Приложение 6. Перечень ГОСТов . . . . .                                                            | 87        |
| 1*                                                                                                 | 3         |

В последнее десятилетие резко возросли требования к качеству, а соответственно возросло и значение правильного выбора критериев качества продукции и надежности изделий.

Параллельно возрастанию роли качества увеличилось значение контрольных операций в цепочке технологических процессов. Контроль стали использовать не только как пассивную приемочную операцию для отбраковки негодных изделий, но главным образом для предупреждения брака. Появились термины «управление качеством» и «статистическое регулирование качества», отражающие активную функцию контроля, который благодаря обратным связям обеспечивает совершенствование технологии [1, 2]. Разработана серия стандартов, регламентирующих терминологию и расчеты в части управления качеством и надежностью изделий (приложение 6).

С развитием системы контроля как понятия, отражающего совокупность средств, методов, структуры, документации и других характеристик службы контроля, появилась тенденция перехода от альтернативной оценки (годен—негоден) к оценке качества по количественному признаку, поскольку для управления качеством необходимо умение измерить его с достаточной точностью.

Именно на этом этапе измерения качества остро стал вопрос о достоверности контроля или, точнее, о достоверности оценки качества по результатам контроля [2, 3—9]. Дискуссию вызвало уже само понятие и термин «достоверность». Разные авторы называли это понятие надежностью, точностью, объективностью [7, 10]. Количественная оценка достоверности контроля была и остается проблемой, поскольку в большинстве нормативных документов этот показатель пока отсутствует. В то же время приближенная оценка достоверности некоторых «традиционно надежных» методов контроля сварных швов показала, что в ряде случаев значения совпадений сигналов о дефектах с реальной дефектностью составляют всего лишь 60—70%, а иногда и меньше.

Учитывая изложенное, в книге сделана попытка систематизировать сведения о достоверности, дать определение этому понятию, а также (что оказалось наиболее сложным) разработать математические вероятностные модели оценки достоверности.

Автор сумел в предельно сжатой форме дать минимум необходимых сведений для решения наиболее актуальных задач управления качеством — в этом ценность книги.

*Академик АН СССР Г. А. Николаев*

Применение вероятностно-статистических методов — один из путей повышения качества. Автор ставит перед собой задачу — помочь практикам шире применять эти методы.

Учитывая малый объем книги, в ряде случаев пришлось жертвовать математической строгостью для большей доходчивости и в то же время краткости изложения. За эти вынужденные упрощения автор приносит извинения математикам, книгами и лекциями которых он пользовался и к которым отсылает читателей, желающих уточнить отдельные математические вопросы (С. А. Айвазян [12], А. М. Бендерский [1], Е. С. Вентцель [13], В. Е. Гмурман [5], Б. В. Гнеденко [6] и др.).

Автор благодарит рецензентов и редактора, а особенно канд. техн. наук В. С. Борисенко и Е. Л. Мамутова за ценные замечания и помощь. Он будет признателен также всем читателям, приславшим свои замечания по книге.

# ОСНОВНЫЕ УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И ФОРМУЛЫ

$P(x)$ ,  $p(x)$ ,  $p$ , Вер — вероятность

$P(A) = m/n$  — статистическая вероятность события  $A$  как устойчивая частота  $m$  его появления из общего числа  $n$  проведенных опытов

$\gamma$  — доверительная вероятность (обычно величина, близкая к единице)

$\alpha = 1 - \gamma$  — уровень значимости (обычно  $\alpha \leq 1$ )

$X$  — случайная (переменная) величина, которая в результате опытов может принять разные заранее неизвестные значения  $x = x_i$  в пределах определенного интервала

$N$  — объем генеральной совокупности или партия величин  $x$ , объединенных каким-либо общим признаком

$n$  — объем выборки, взятой в заданном порядке из генеральной совокупности или партии  $N$

$M(X) = m_x = a \approx \bar{X}$ ;  $\bar{X} = \sum_{i=1}^N x_i p_i$  — математическое ожидание (м.о.)

случайной величины и формула для среднего в генеральной совокупности  $N$  дискретных величин

$M^*(X) = \bar{X} \approx \bar{x}$ ;  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$  — эмпирическое математическое ожидание и выборочное среднее арифметическое значение ( $\bar{x}_n$  или  $\bar{x}^*$ ) по  $n$  опытам

$D(X) = D_x = \sigma^2$ ;  $\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^2$  — дисперсия генеральная

$D_x^* = s_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$  — дисперсия эмпирическая для  $n > 30$

$s^* = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$  — эмпирическое (выборочное) среднее

квадратическое отклонение, «исправленное» для  $n \leq 30$

$z_p$ ,  $t_p$  — квантили нормального распределения ( $z$ ) и распределения Стьюдента ( $t$ ), соответствующие вероятности  $p$  (или  $\gamma$ )

$v = \sigma/\bar{X}$ ;  $v^* = s/\bar{x}$  — генеральный ( $v$ ) и выборочный ( $v^*$ ) коэффициенты вариации

$D_x = D/n \approx D^*/n$ ;  $\sigma_x = \sigma/\sqrt{n} \approx s/\sqrt{n}$  — дисперсия и среднее квадратическое отклонение среднего арифметического

$F(x) = \text{Вер}[X < x]$ ;  $F(x) \approx F^*(x)$  — теоретическая функция  $F(x)$  распределения вероятностей случайной величины и ее эмпирическое значение  $F^*(x)$

$f(x) = F'(x)$ ;  $f(x) \approx f^*(x)$  — теоретическая  $[f(x)]$  и эмпирическая  $[f^*(x)]$  плотность распределения вероятностей случайной величины

$f(x|y)$ ;  $f(y|x)$  — условные распределения для  $x$  при данном  $y$  и наоборот

$r = r_{xy}$  — коэффициент корреляции, характеризующий тесноту связи величин  $x$  и  $y$

$s_{yx} = s_y \sqrt{1 - r^2}$  — среднее квадратическое отклонение значений  $y$  от линии регрессии  $y = x$ .

$\beta$ ;  $\alpha$  — риск потребителя и риск поставщика

$\gamma_\Sigma = 1 - (\alpha + \beta)$ ;  $\gamma$  — достоверность выборки, т. е. выборочного контроля;  $\gamma_\Sigma$  — с учетом суммы ошибок ( $\alpha + \beta$ )

$\kappa_\beta$ ;  $\kappa_\alpha$  — вероятности недобраковки и перебраковки

$f_D$ ,  $f_0$  — плотности распределений для реальных и обнаруженных при неразрушающем НР-контроле дефектов

$D_\Sigma = \gamma \cdot D$  — полная достоверность комплексного контроля

$D$  — достоверность метода НР-контроля;

$D_\Sigma$  — то же, по отношению к сумме всех дефектных элементов;

$D_D$ ,  $D_n$  — то же, по выявлению отдельно годных и негодных

$ГР_{В,Н} = m_x \pm \Delta s_x$  — границы регулирования при контроле по количественному признаку, В — верхняя (+), Н — нижняя (—)

$n_B$ ,  $n_D$  — число отбракованных и дефектных элементов

$B = n_B/n$ ,  $q = n_D/n$  — доля негодных элементов (брак) с недопустимыми дефектами и доля дефектных элементов

$\Delta$ ,  $\Delta l$ ,  $\Delta S$  — размер, длина и площадь дефекта

$\Sigma \Delta S$ ,  $g_i = \frac{\Sigma \Delta S_i}{S_p}$  — суммарная и относительная суммарная площадь  $i$ -тых дефектов в расчетном сечении  $S_p$  контролируемого элемента

$g_k = \sum g_i \rho_i$  — эквивалентная (приведенная) дефектность по  $k$  видам или типам дефектов

$\rho_i$  — коэффициент приведения площадей любых  $i$ -тых дефектов к площади дефектов исходного вида ( $\rho_i = 1$ )

$W(x)$  — функция выявляемости дефектов любых размеров  $[W_\Sigma(x)]$  и заданного размера  $[W_i(x)]$

$L(x) = 1 - W(x)$  — оперативная характеристика метода контроля (кривая разбраковки)

$w$  — прочность (уровень работоспособности) сварного соединения

$R_\gamma$  — показатель качества  $R$  металла, отвечающий вероятности  $\gamma$  его реализации в партии, так что  $\text{Вер}(R > R_\gamma) = \gamma$

Примечания. 1. Отдельные понятия обозначены одновременно несколькими символами для удобства их написания в формулах и с учетом облегчения использования специальной литературы, в которой применены разные символы.

2. Если в совокупности случайных величин появление  $i$ -тых значений происходит с частотой  $m_i > 1$ , то в формулах для  $\bar{x}$  и  $\sigma$  вводят множитель  $m_i$ .

3. В обозначениях и формулах для  $D_x$ ,  $\sigma_x$ ,  $S_x$ ,  $m_x$  и др. индекс  $x$  будем как правило опускать.

# 1. ЭЛЕМЕНТЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

## 1.1. Решаемые задачи

Вероятностно-статистические методы и представления играют ведущую роль в решении многих важных задач современной науки. Однако в технике при решении практических вопросов используют вероятностные методы пока недостаточно. В то же время ряд инженерных проблем не может быть успешно решен без вероятностного подхода. Такие проблемы имеются и в технологии, и в конструировании, но особенно велико их число в области контроля и оценки качества материалов и изделий.

Традиционно принятая ранее функция контроля пассивна. Это разделение продукции на две группы по альтернативному признаку: «годен» и «негоден». В то же время новое понятие *управление качеством* несет функции установления, обеспечения и поддержания необходимого уровня качества продукции. При переходе на производстве от контроля к системе управления качеством активные предупредительные функции контроля следует расширять, что возможно только на базе статистических методов.

Для обеспечения основных этапов управления качеством необходимо решать следующие основные пять задач математического характера: статистический анализ (1) и статистическое регулирование (2) качества; вероятностная оценка объемов (3) и достоверности контроля (4); вероятностное обоснование норм допустимости дефектов (5).

Как будет показано ниже, все задачи объединены единой целью — получение достоверной информации о качестве. Однако первые две из них следует решать систематически на всех участках производственного цикла — от цехов до отраслевых министерств или ведомств. Причем на всех этапах необходимо анализировать уровень качества, определяя и устраняя причины нежелательных отклонений. Последние три задачи следует решать в головных отраслевых институтах совместно с производством, но не постоянно, а только при освоении новых изделий и новых технологических процессов [4].

Кроме указанных математических задач, для обеспечения требуемого качества продукции следует каждый раз решать технические, организационные и социально-экономические задачи [3], о которых будет сказано в разделе 6.

Таким образом, проблема управления качеством является комплексной, а не только научной (математической). Переход к управлению качеством требует создания новой системы и структуры учета, анализа и регулирования результатов производства.

## 1.2. Статистические распределения

При оценке качества принимают, что все результаты измерений есть либо *случайные события*, либо *случайные величины*. При этом опираются на вероятностные модели как предмет теории вероятностей и на статистическую обработку данных как предмет математической статистики.

*Случайным* называют такое событие, которое имеет определенную вероятность появления. Оно может произойти с какой-то частотой, а может и не произойти в ходе испытаний.

Случайные события отражают результаты испытаний только по альтернативному (качественному) признаку, с оценкой «да» — «нет».

*Случайной величиной*  $X$  называют переменную величину, принимающую различные значения  $x_i$  с определенными вероятностями  $p_i = p(x_i)$ . Случайные величины разделяют на дискретные (прерывные) и непрерывные. Случайные величины отражают количественные результаты испытания или измерений.

*Генеральной совокупностью* называют множество значений  $x_i$  случайной величины, объединенных любым признаком. Эта абстрактная совокупность всех мыслимых наблюдений [12] отражает реальную совокупность событий или величин объемом  $N$  единиц продукции, обычно называемых на практике партией.

*Выборка* — это определенное количество  $n$  единиц продукции, взятых из генеральной совокупности в заданном порядке. Выборка предназначена для получения информации о всей массе изделий. При этом генеральную совокупность (или партию) подразумевают однородной. Выборку, хорошо отражающую характеристики

партии, называют предствительной или репрезентативной.

Статистическим законом распределения вероятностей случайной величины [5, 13] или распределением называют зависимость между возможными значениями  $x_i$  случайной величины  $X$  и вероятностями  $p(x)$  их появления.

Распределение дискретной случайной величины  $X$  изображают как ряд распределения — таблицу, где перечислены возможные значения  $x$  и соответствующие им частоты  $m_i$  или вероятности  $p(x_i) = p_i$ .

$$\begin{array}{c|c} X & p(x) \\ \hline x_1 & p_1 \\ x_2 & p_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & p_n \end{array} \quad (1.1)$$

Частоту  $m$  называют статистическим весом. Наглядно ряд (1.1) можно представить в виде многоугольника распределения в координатах  $p(x_i) - x_i$  или  $m_i - x_i$  (см. рис. 4, табл. 1.1).

Упорядоченный ряд, в котором значения переменного параметра расположены в возрастающем или убывающем порядке, называют вариационным рядом.

Для непрерывных случайных величин используют распределения в виде интервального ряда, а также в интегральном и дифференциальном видах. Интегральный вид закона, или функция распределения  $F(x)$ , есть зависимость вероятности события ( $X < x$ ) от текущей переменной  $x$ .

Производную функции распределения  $f(x) = F'(x)$  называют плотностью распределения или плотностью вероятности. Тогда

$$F(x) = \text{Вер}[X < x] = \int_{-\infty}^x f(x) dx. \quad (1.2)$$

В частности, в пределах от  $-\infty$  до  $+\infty$  интеграл, описывающий всю площадь под кривой  $f(x)$ , равен единице:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1, \quad (1.3)$$

а разность между  $F(x)$  и единицей обозначают  $P(x)$ :  $P(x) = 1 - F(x)$ .

Таблица 1.1

Физические и статистические модели для анализа качества сварных соединений

| Физическая модель                                                                                                                                                                    | Статистическая модель — распределение                                                                                                                                                                                      | Числовые параметры                                                           | Графическое изображение |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| Ошибки измерений, качество (прочность) основного металла и сварных соединений, доля брака (при больших партиях), размеры сортамента и др.                                            | Нормальное (Гаусса)<br>$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}};$<br>$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$                                                                                    | $m_x = \bar{X} \approx \bar{x};$<br>$D_x = \sigma^2$                         |                         |
| Характеристики реальной дефектности: размеры реальных дефектов, их относительные площади, междефектные длины; вероятность бездефектной выборки, вероятность безотказной работы и др. | Экспоненциальное<br>$f(x) = \lambda e^{-\lambda x};$<br>$F(x) = 1 - e^{-\lambda x};$<br>$P(x) = e^{-\lambda x}$                                                                                                            | $m_x = 1/\lambda;$<br>$D_x = 1/\lambda^2$                                    |                         |
| Размеры и другие характеристики обнаруженных дефектов. Время бездефектной или безотказной работы                                                                                     | Вейбулла*<br>$f(x) = \frac{\gamma}{\beta} x^{\gamma-1} \exp\left[-\frac{x^\gamma}{\beta}\right];$<br>$F(x) = 1 - \exp\left[-\frac{x^\gamma}{\beta}\right]$<br>( $\gamma$ — параметр формы;<br>$\beta$ — параметр масштаба) | $m_x = b \gamma \beta^{1/\gamma};$<br>$\sqrt{D} = c \gamma \beta^{1/\gamma}$ |                         |
| Вероятность $P(d, n)$ попадания числа $d$ дефектных элементов в выборку объемом $n$ (при $n \ll 0,1N$ и $q \ll 0,1$ )                                                                | Пуассона<br>$P(x=d) = P(d) = \frac{a^d}{d!} e^{-a}$                                                                                                                                                                        | $m_x = a;$<br>$D_x = a;$<br>$a = nq$                                         |                         |

\* Дана форма записи, удобная для расчетов по вероятностной сетке и носящая название распределения Вейбулла—Гнеденко.

Распределения вероятностей появления дискретных величин описывают обычно гипергеометрическим, биномиальным законами или законом Пуассона. В табл. 1.1 приведен только наиболее простой из трех — закон Пуассона. Он имеет место в тех случаях, когда выборка значительно меньше объема партии  $n \leq 0,1 N$ , а засоренность партии дефектами мала  $q \leq 0,1$ .

Для непрерывных величин используют много видов распределений. Мы далее будем рассматривать только три распределения: нормальное (Гаусса), экспоненциальное и Вейбулла, как наиболее удобные при решении поставленных задач. Для этих распределений имеются таблицы значений в большинстве книг по статистике.

### 1.3. Числовые характеристики

Законы распределения служат полной, исчерпывающей характеристикой случайных величин [13]. Но для практики часто нет необходимости описывать случайную величину полностью, исследуя функции  $F(x)$ ,  $f(x)$  или ряд распределения. Бывает вполне достаточно знать только существенные черты, так называемые числовые характеристики распределения: среднее значение, степень разбросанности этих значений и др.

Эти числовые характеристики могут быть двух родов: теоретические и эмпирические. Первые иногда называют параметрами распределений случайных величин, а вторые — выборочными или статистическими оценками этих параметров. Параметры распределений, обозначаемые прописными буквами, — это обычно детерминированные величины, в то время как выборочные оценки — величины случайные. Причем разница между параметром распределения и его оценкой тем меньше, чем больше число наблюдений  $n$ . Эмпирические значения будут обозначены обычно строчными буквами ( $x$ ,  $y$ ) или отмечены вверху звездочкой (\*).

Теоретической характеристикой центра распределения для генеральной совокупности служит математическое ожидание  $M(X) = m_x$ . При большом числе опытов к нему приближается или сходится по вероятности [13] эмпирическое математическое ожидание  $M^*(X)$  или так называемое генеральное среднее арифметическое значение  $\bar{X}$  случайной величины. Эмпирическое среднее ариф-

метическое значение по результатам  $n$  (или  $N$ ) измерений вычисляют по формулам:

$$\bar{x}^* = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i \text{ или } M^*(X) = \bar{X} = \frac{1}{N} \sum x_i. \quad (1.4)$$

Выборочное среднее  $\bar{x}$  всегда будет содержать элемент случайности, в то время как математическое ожидание — величина постоянная для конкретной генеральной совокупности. При увеличении числа наблюдений  $\bar{X}$  приближается к  $M(X)$ , т. е.  $M(X) \approx \bar{X} \approx \bar{x}$ .

Используют также такие характеристики, как *медиана* и *мода*. Медиану  $x_{ме}$  находят как центр упорядоченного ряда значений величины  $x$ . Медиана делит площадь под кривой плотности распределения пополам. Мода  $x_{мо}$  соответствует наибольшей вероятности значений  $x$ . При симметричном распределении все характеристики совпадают:  $\bar{X} = x_{ме} = x_{мо}$ .

Отклонение (рассеяние) единичных значений случайной величины относительно центра группирования характеризуют *дисперсией*  $D_x = D(X)$  или средним квадратическим отклонением  $\sigma(X)$ , которые определяют по формулам:

$$\sigma^2 = D \approx D^*; D^* = s^2; D^* = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2. \quad (1.5)$$

Для вычисления выборочного среднего квадратического отклонения  $s = \sqrt{D^*}$ , при  $n < (20-30)$ , в знаменателе вместо  $n$  имеют  $(n-1)$ . Такое значение  $s$  называют «исправленным». Параметры  $\sigma$  и  $s$  называют часто стандартными отклонениями («стандартами»).

Дисперсия среднего арифметического  $n$  одинаково распределенных взаимно независимых случайных величин в  $n$  раз меньше дисперсии каждой из величин:  $D_{\bar{x}} = D/n \approx D^*/n$ . (1.6)

Если не известно генеральное значение  $D$ , то вместо него подставляют  $D^*$ . Соответственно для  $\sigma_{\bar{x}}$  (или  $s_{\bar{x}}$ ):

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma/\sqrt{n} \approx s/\sqrt{n}. \quad (1.7)$$

Таким образом, для среднего арифметического  $n$  величин рассеяние значительно меньше, чем для каждой отдельной величины.

Иногда (особенно при  $n < 12$ ) вместо  $\sigma$  и  $s$  используют легко вычисляемую меру рассеяния — *размах*, т. е. разность между крайними значениями вариационного ряда:

$$\omega_x = x_{\max} - x_{\min}. \quad (1.8)$$

Весьма полезной относительной характеристикой рассеяния служит *коэффициент вариации* — отношение среднего квадратического отклонения к среднему арифметическому, %:

$$v = \sigma/\bar{X} \text{ или } v^* = s/\bar{x}. \quad (1.9)$$

#### 1.4. Нормальное распределение

Нормальное распределение занимает среди других законов особое положение. Оно чаще всех встречается на практике и является предельным, к которому приближаются другие распределения. В теории вероятностей доказывается (теорема Ляпунова), что сумма достаточно большого числа независимых или слабо зависимых случайных величин, описанных какими угодно законами распределения, приближенно подчиняется нормальному распределению как предельному закону.

Например, ошибки измерений, могут быть представлены как сумма большого числа сравнительно малых слагаемых — элементарных независимых ошибок. Качество металла (прочность) и колебание размеров сортамента также хорошо описываются нормальным распределением [14].

Нормальное распределение по форме представления может быть общим и нормированным. Интегральная функция *общего* нормального распределения  $F(x)$  с произвольными параметрами — математическим ожиданием  $m_x \approx x$  и дисперсией  $D_x = \sigma^2$  имеет вид:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}. \quad (1.10)$$

*Нормированное* нормальное распределение  $F_0(x)$  с параметрами  $m_x = 0$  и  $\sigma = 1$  получают при условии нормирования и центрирования, т. е. при замене переменных  $z = (x - \bar{x})/\sigma$ . При этом верхний предел интеграла следовало бы изменить с  $x$  на  $z$ , но обычно этого не

делают [5, 13]. В таблицах часто обозначают  $F_0(x) = \Phi^*(x)$ :

$$\Phi^*(x) = F_0(x) = \int_{-\infty}^x \varphi(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-z^2/2} dz. \quad (1.11)$$

Используют также функцию *Лапласа*  $\Phi(x)$ , иногда более удобную в расчетах, чем  $\Phi^*(x)$ :

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-z^2/2} dz. \quad (1.12)$$

Учитывая, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) dx = 1, \text{ а } \int_{-\infty}^0 \varphi(x) dx = 0,5,$$

легко получить:

$$F_0(x) = \Phi^*(x) = 0,5 + \Phi(x). \quad (1.13)$$

Следует иметь в виду, что функция Лапласа нечетная, т. е.

$$\Phi(-x) = -\Phi(x). \quad (1.14)$$

Обе функции  $\Phi^*(x)$  и  $\Phi(x)$  можно считать разными формами интеграла вероятностей. Как указывает Е. С. Вентцель [13], какой именно формой пользоваться — дело вкуса. Но пересчеты из одной формы в другую все же весьма неудобны, поэтому автор дает в приложении 1 оба указанных варианта интеграла вероятностей, а также значения  $2\Phi(x)$  и  $1-2\Phi(x)$ .

Вероятность попадания в заданный интервал  $(A-B)$  нормальной случайной величины  $X$  определяют из выражения

$$\text{Вер}(A < X < B) = \int_A^B f(x) dx = \Phi\left(\frac{B-m}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{A-m}{\sigma}\right), \quad (1.15)$$

где  $m_x = m$ .

*Вероятность заданного отклонения*, т. е. вероятность того, что отклонение нормально распределенной случайной величины  $X$  от  $m_x = a$  по абсолютной величине меньше заданного положительного числа  $\delta$ , равносильна осуществлению неравенства:  $|X-a| < \delta$  или  $-\delta < X-a < \delta$ .

Пользуясь предыдущей формулой (1.15), получим (подробнее см. [7]):

$$P(|X - a| < \delta) = 2\Phi(\delta/\sigma). \quad (1.16)$$

### 1.5. Эмпирические распределения

На практике точный вид функции распределения часто не известен, поэтому используют эмпирическое (выборочное) распределение. Его представляют обычно

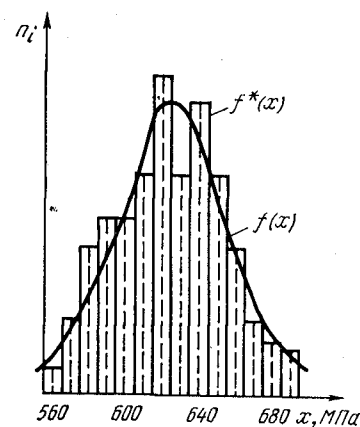


Рис. 1.1. Гистограмма и плотность нормального распределения для предела прочности сварных соединений из стали X18H10T (число испытаний 508, средняя прочность  $\bar{x} = 62,8$ )

в виде полигона, гистограммы  $f^*(x)$  (рис. 1.1) или кумулятивной диаграммы  $F^*(x)$  интервального ряда частот. Аппроксимирующие теоретические кривые есть соответственно либо плотность вероятностей  $f(x)$ , либо функция вероятностей  $F(x)$  (для кумулятивной диаграммы накопленных частот).

При построении диаграмм как ширина, так и число  $k$  интервалов ряда частот не должны быть слишком большими. Кроме того, частоты в слишком мелких интервалах могут давать не закономерные значительные колебания («пилу»). С другой стороны, при завышен-

ной величине интервалов свойства распределения отображаются слишком грубо. Рекомендуют  $k \approx \sqrt{n}$ , что при достаточно большом числе наблюдений (30—400) дает от 6 до 20 интервалов [25]. Как правило, интервалы выбирают одинаковыми, но для неодинаковых интервалов, которые иногда удобно делать более узкими в области наибольшей плотности распределения, применяют вместо абсолютных частот  $m_i$  только относительные частоты или частоты  $v_i = m_i/n$ .

Соответствие эмпирического распределения в выборке теоретическому распределению в генеральной совокупности проверяют приближенно с помощью вероятностных

бумаг (приложения 4 и 5), а более точно — с помощью критериев согласия.

Наиболее часто применяют критерий Пирсона, или, как его иначе называют, критерий ( $\chi^2$ ). Его имеет смысл применять, когда число интервалов  $k$  и опытов в них  $m_i$  достаточно велико, например  $m_i \geq 5-10$  [13].

Критерий Колмогорова весьма прост в расчетах, но не дает требуемой точности оценки.

Для проверки гипотезы о принадлежности двух выборок к одной генеральной совокупности с нормальным распределением используют критерий Фишера. Он равен отношению двух независимых оценок дисперсий  $s_1^2$  и  $s_2^2$  [17].

Критерий Кохрена используют для проверки гипотезы о равенстве нескольких выборочных дисперсий при одинаковом объеме выборок.

Для проверки гипотезы о равенстве двух выборочных средних значений случайной величины, имеющей нормальный закон распределения, используют критерий Стьюдента [5, 13].

Во всех случаях, когда гипотеза о согласии не подтверждается, следует либо повторить (уточнить) эксперимент, либо искать закон распределения, более подходящий для описания данных эксперимента. Подробнее о критериях согласия см. [5, 12, 17, 19, 28].

Вероятностные бумаги (трафареты) позволяют существенно упростить обработку статистических данных. На сетке трафарета, изменив соответствующим образом масштаб по оси ординат (ось относительных частот), можно получить из S-образной интегральной кривой прямую линию. Вероятностные сетки используют для распределений нормального, экспоненциального, Вейбулла и др. (ГОСТ 11.008—75).

Откладывая накопленные относительные частоты  $v_i$  на оси ординат, а значения  $x_i$  признака по интервалам на оси абсцисс, получают серию точек. Если эти точки оказываются примерно на одной прямой, то тем самым приближенно подтверждается совпадение эксперимента с выбранным теоретическим законом его описания.

В приложениях 4 и 5 даны примеры расчета средних значений  $\bar{x}$  и средних квадратических отклонений  $s$  по вероятностным бумагам нормального закона и распределения Вейбулла — Гнеденко.

## 1.6. Доверительные вероятности

При контроле процессов или при оценке качества продукции выводы относительно генеральной совокупности и ее характеристик делают на основе анализа выборок. Выборочные характеристики, по которым делают статистические выводы, называют *оценками* генеральных характеристик. Если контролируемый параметр имеет нормальное распределение, то иногда достаточно анализировать только две характеристики выборки:  $\bar{x}$  и  $s^2$ , которые являются оценками генеральных параметров  $M(X)$  и  $\sigma^2$ . Эти оценки называют *точечными*. Они в значительной мере случайны и при малых выборках могут привести к существенным ошибкам.

*Интервальной* называют оценку, например для  $\bar{x}$ , которая определяется двумя числами — концами интервала. Это позволяет установить точность и достоверность оценок. Точность оценки, например величин  $\bar{x}$ , по количественному признаку характеризуется величиной интервала  $\bar{x} - \delta$ ,  $\bar{x} + \delta$ , который «перекрывает» неизвестный параметр  $x$  с заданной доверительной вероятностью  $p = \gamma$  (которую иногда называют надежностью).

Для многих практических задач можно принять, что количественный признак  $X$  генеральной совокупности распределен нормально, причем среднее квадратическое отклонение  $\sigma(X)$  этого распределения известно. Требуется оценить неизвестное математическое ожидание  $M(X) = m_x$  по выборочной средней  $\bar{x}$ .

Если случайная величина  $X$  распределена нормально, то выборочная средняя  $\bar{x}$ , найденная по независимым наблюдениям, также распределена нормально [13]. Параметры распределения  $\bar{x}$ , таковы:

$$\bar{X} \approx M(\bar{x}) = m_x; \sigma(\bar{x}) = \sigma/\sqrt{n}. \quad (1.17)$$

Необходимо, чтобы выполнялось соотношение

$$\text{Вер}(|\bar{x} - m_x| < \delta) = p = \gamma, \quad (1.18)$$

где  $\gamma$  — заданная доверительная вероятность (надежность), близкая к единице (рис. 1.2).

Вероятность осуществления неравенства (1.18) выражают согласно приведенной выше формуле (1.16) через табличную функцию Лапласа  $\Phi(z)$ :

$$\gamma = \text{Вер}(|\bar{x} - m_x| < \delta) = 2\Phi(z) = 2\Phi(\delta\sqrt{n}/\sigma), \quad (1.19)$$

где  $z = z_\gamma$  — квантиль функции  $\Phi(z)$  при заданной вероятности  $\gamma$ .

Тогда точность оценки будет равна:

$$\delta = z_\gamma \sigma / \sqrt{n} \quad (1.20)$$

и окончательно имеем:

$$P[\bar{x} - z\sigma/\sqrt{n} < m_x < \bar{x} + z\sigma/\sqrt{n}] = 2\Phi(z) = \gamma. \quad (1.21)$$

Смысл полученного выражения таков: с доверительной вероятностью  $p = \gamma$  можно утверждать, что интервал  $(\bar{x} \pm \delta)$  покрывает неизвестный параметр  $m_x$ . Квантиль  $z$  определяют из равенства  $2\Phi(z) = \gamma$  или  $\Phi(z) = \gamma/2$ , задаваясь  $p = \gamma$  по таблице функции Лапласа (см. приложение 1).

Если среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  неизвестно, то вместо  $\sigma$  используют его выборочную «исправленную» оценку  $s$  [см. (1.5)]. Неравенство 1.21 сохраняет при этом свою форму, но функция Лапласа заменяется распределением Стьюдента. Соответственно точность оценки равна:

$$\delta = t_{\gamma, n} s / \sqrt{n}. \quad (1.22)$$

Здесь вместо  $\sigma$  записывают  $s$ , а вместо квантиля  $Z_p$  квантиль (коэффициент) Стьюдента  $t_\gamma$ , определяемый по таблицам (см. приложение 2).

Из формул (1.20) и (1.22) имеем выражения для объемов выборок:

$$n = Z_\gamma^2 \sigma^2 / \delta^2 \text{ или } n = t_\gamma^2 s^2 / \delta^2.$$

Таким образом, при возрастании объема выборки  $n$  величина  $\delta$  убывает и, следовательно, точность оценки увеличивается; увеличение доверительной вероятности  $\gamma = 2\Phi(z)$  приводит к увеличению  $z$ , а следовательно, и к возрастанию  $\delta$ , т. е. увеличение «доверительности» оценки влечет за собой (при  $n = \text{const}$ ) уменьшение точности оценки.

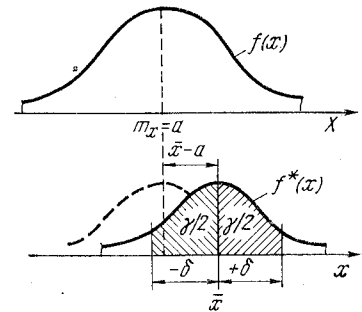


Рис. 1.2. Схема, поясняющая понятия доверительных вероятностей  $\gamma$  и интервала  $\delta$ . Плотности генерального  $f(x, \sigma)$  (вверху) и выборочных  $f(\bar{x}, s)$  распределений условно показаны в разных масштабах

Пример 1.1. Для стали предел прочности имеет нормальное распределение с известным  $\sigma=20$  МПа [14]. Найдем доверительные интервалы для оценки неизвестного математического ожидания по выборочным средним, если  $n=25$ , а требуемая доверительность  $\gamma$  оценки:  $p_1=0,95$  и  $p_2=0,99$ .

Найдем  $z_p$ . Поскольку  $2\Phi(z)=0,95$ , то  $\Phi(z)=0,475$  и по табл. III  $z_{0,95}=1,96$  (см. приложение 1).

Найдем точность оценки:

$$\delta = z_p \sigma / \sqrt{n} = 1,96 \cdot 20 / \sqrt{25} = 1,96 \cdot 4 \approx 8; \text{ т. е.}$$

доверительный интервал:  $\bar{x} \pm 8$  МПа.

При  $p=0,99$ ;  $\Phi(z)=0,495$ ;  $z_{0,99}=2,58$ ;  $\delta=2,58 \cdot 4 \approx 11$ ; т. е. доверительный интервал:  $\bar{x} \pm 11$  МПа.

Пример 1.2. Условие то же, что в примере 1.1, но  $\sigma$  неизвестно, так как данные по новой стали в справочнике [14] отсутствуют. По выборке  $n=16$  найдены выборочная средняя  $\bar{x}=600$  МПа,  $s=30$  МПа.

Найдем  $t_{\gamma, n}$ . По табл. П2 для  $\gamma=0,95$  и  $0,99$  находим  $t_{0,95; 16}=2,13$ ;  $t_{0,99; 16}=2,95$  (см. приложение 2).

При  $\gamma=0,95$ ,  $\delta=2,13 \cdot 30 / \sqrt{16}=1,6$ ;  $\bar{x}=600 \pm 1,6$ .

При  $\gamma=0,99$ ,  $\delta=2,95 \cdot 7,5=22$ ;  $\bar{x}=600 \pm 22$ .

Следует подчеркнуть, что для больших выборок распределение Стьюдента стремится к нормальному. Но для малых  $n$  замена недопустима, так как  $z_p$  значительно меньше, чем  $t_p$ . Например, если  $n=5$  и  $\gamma=0,99$ , то  $z_p=2,58$ , а  $t_p=4,6$  и доверительный интервал по Стьюденту гораздо шире, чем по Гауссу.

## 1.7. Корреляция и регрессия

Принято различать функциональные и вероятностные (стохастические) или статистические связи между различными величинами. В технике в основном применяется функциональная зависимость переменных  $x$  и  $y$ , когда каждому возможному значению  $x$  однозначно соответствует определенное  $y$ . Например, законы Ома и Гука представляют функциональные линейные зависимости.

В отличие от функциональной зависимости при вероятностной связи между двумя (или более) величинами каждой паре (или более) значений  $x$ ,  $y$  соответствует вполне определенная вероятность. Степень зависимости (связи) между двумя величинами называют корреляцией. Корреляционная зависимость является наиболее простым видом стохастической связи; ее характеризуют теснотой связи или силой связи.

Форму корреляционной связи принято описывать функцией или кривой регрессии — линейной, квадратной, показательной и т. д.

Тесноту корреляционной связи измеряют теоретическим или эмпирическим корреляционным отношением. Частным случаем корреляционного отношения, когда связь между случайными переменными  $X$  и  $Y$  линейна, служит коэффициент корреляции  $r$ , который может принимать значения от  $-1$  до  $+1$ .

В случае  $r=1$  или  $r=-1$  имеет место функциональная связь между  $X$  и  $Y$ , а в случае  $r=0$  величины  $X$  и  $Y$  независимы.

Коэффициент корреляции  $r$  оценивают по его выборочному значению  $r^*$  согласно формуле [9, 15]

$$r \approx r^* = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{n \sigma_x \sigma_y}. \quad (1.23)$$

В частном случае стохастическую связь называют статистической связью, когда условное математическое ожидание  $M(Y|X)$  одной случайной переменной является функцией другой случайной переменной. Обычно при ограниченном объеме выборок идут на упрощение и от математического ожидания переходят к условному среднему значению  $\bar{y}(x)$ . Зависимость между одной случайной переменной и условным средним значением другой случайной переменной называют корреляционной.

Кривой регрессии  $Y$  по  $X$  называют условное среднее значение случайной переменной  $y$ , рассматриваемой как функция от  $x$ , т. е.  $\bar{y}(x) = f(x)$ .

При изучении двумерной корреляции можно по выборочным данным представить пару случайных величин графически как поле корреляции или построить по этим же данным корреляционную таблицу. Этой таблицей удобно пользоваться при вычислении коэффициентов корреляции и параметров уравнения регрессии [2, 12].

Обычно линейная регрессия имеет вид:

$$Y = \bar{y}(x) = a + bx = a + r(s_y/s_x)x, \quad (1.24)$$

где  $a$  и  $b$  коэффициенты (параметры) регрессии.

Параметры в уравнении регрессии определяют методом наименьших квадратов. При этом отыскивают такую прямую линию, сумма квадратов отклонений измеренных значений  $y_i$  от которой была бы минимальной.

Регрессионный анализ заключается в оценке распределения одной из случайных величин, например  $Y$ , при заданных значениях другой величины  $X$  (или нескольких

величин  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ). Он используется для установления связи между величинами в экспериментах, где одну из величин (обычно  $x$ ) можно рассматривать как неслучайную, и ее значения задают заранее при планировании экспериментов.

Примером такого эксперимента служит установление связи между величиной дефектности  $X$  и прочностью изделий  $Y$  (см. раздел 5). Дефектность здесь рассматриваем как неслучайную величину. Исследуемая прочность есть случайная величина, а зависимость  $y-x$  представляет регрессию.

Опуская промежуточные рассуждения и формулы, приведем программу (алгоритм для ЭВМ) расчета характеристик корреляционных связей и параметров линейной регрессии.

Исходные данные:  $x_1, x_2, \dots, x, \dots, x_n; y_1, y_2, \dots, y, \dots, y_n$ .

1. Вычисляем  $\Sigma x, \Sigma y, \Sigma x^2, \Sigma xy, \Sigma y^2$ :

$$\bar{x} = \Sigma x/n; \quad \bar{y} = \Sigma y/n.$$

2. Определяем:

а) коэффициент корреляции  $r_{xy} = K_{xy}/s_x s_y$ ,

$$\text{где ковариация } K_{xy} = \frac{1}{n-1} \left( \Sigma xy - \frac{1}{n} \Sigma x \Sigma y \right);$$

б) среднее квадратическое отклонение  $s_x$  (или  $s_y$ )

$$s_x^2 = [\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2/n]/(n-1);$$

в) коэффициенты уравнения регрессии  $Y = a + bx$ :

$$b = K_{xy}/s_x^2; \quad a = \bar{y} - b \bar{x};$$

среднее квадратическое отклонение линии регрессии

$$s_{yx} = s_y \sqrt{1 - r_{xy}^2}.$$

По результатам расчета строим прямую регрессии, определяем границы  $s_{yx}$ , наносим точки  $(x, y)$  и делаем вывод о виде и силе связи  $Y(X)$ .

## 2. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И РЕГУЛИРОВАНИЕ КАЧЕСТВА

### 2.1. Контроль и управление качеством

Термин «контроль качества продукции» согласно ГОСТ 15467—70 определен как «проверка соответствия показателей качества продукции установленным требованиям».

Более общим термином «управление качеством продукции» определено «установление, обеспечение и поддержание необходимого уровня качества продукции при ее разработке, производстве и эксплуатации или потреблении, осуществленное путем систематического контроля качества и целенаправленного воздействия на условия и факторы, влияющие на качество продукции». В зарубежной, особенно английской литературе (Коуден [17], Хенсен [19], термин control соответствует понятию «управление качеством».

Наряду с термином «контроль качества» находят применение термин «статистический контроль». В отношении области применения в литературе различают два основных вида статистического контроля: *статистическое регулирование качества* (техника контрольных карт), т.е. текущий контроль производственного процесса методами математической статистики, и *математико-статистические выборочные методы*, применяемые главным образом при окончательном, приемочном контроле.

Согласно ГОСТ 15895—77 термин «текущий контроль» заменен термином «статистическое регулирование технологического процесса», который определен как «корректировка параметров технологического процесса в ходе производства с помощью выборочного контроля изготавливаемой продукции для технологического обеспечения требуемого качества и предупреждения брака».

*Задачи управления качеством.* Литые заготовки, прокат, сварные соединения в общем цикле изготовления продукции обычно можно считать полуфабрикатами. Наиболее целесообразной формой контроля полуфабрикатов является статистическое регулирование технологического процесса. Однако на производстве преобладает пока приемочный контроль полуфабрикатов, поэтому эффективность контроля оказывается недостаточной. Чтобы повысить эффективность следует: усилить оперативность контроля; увеличить объем и ценность информации о качестве; связать ее обратной связью с параметрами технологии; применить статистические методы для обработки и анализа информации о качестве. Такая система и методика статистического контроля качества была разработана в 1970—1975 гг. в МВТУ им. Н. Э. Баумана [3, 8] применительно к сварным соединениям. Система внедрена в 1976—1978 гг. на объектах Министер-

ства монтажных и специальных строительных работ СССР.

Для реализации обратных связей необходимо использование по крайней мере трех каналов воздействия: технического, психологического и экономического (рис. 2.1).

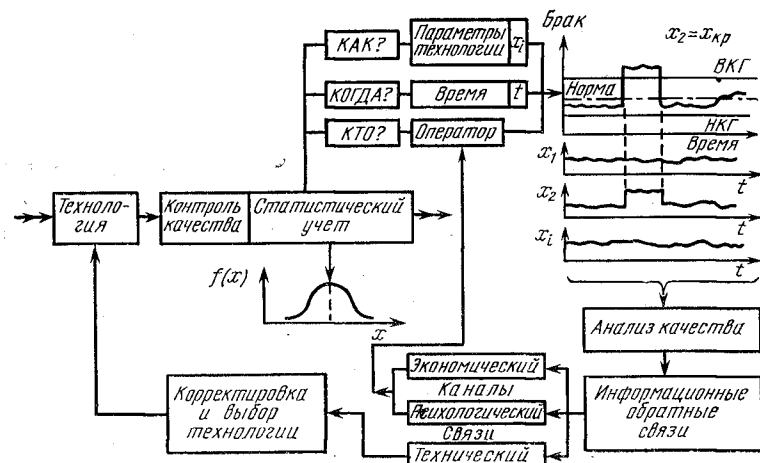


Рис. 2.1. Схема обратных связей активного контроля:

$x_i$  — параметры технологии;  $x_{кр}$  — критический параметр, от которого зависит уровень брака

Технический канал должен обеспечивать полноту и оперативность информации. Психологический канал связан со случайностью самого факта контроля (при его выборочной форме), т.е. «неотвратимостью» контроля для технологов.

Экономический канал должен обеспечивать четкую систему доплат за качество и личную заинтересованность исполнителей в качественных результатах работы.

## 2.2. Показатели качества

В понятие качества технологического процесса может входить много различных факторов (свойств), в том числе значения отдельных параметров режима, его стабильность и т.п. Однако для потребителя наибольший интерес представляют не сами параметры технологии, а их оценка по результатам контроля получаемых изделий, т.е. показатели качества продукции.

Качество рассматриваемой нами металлопродукции оценивают обычно с помощью либо разрушающих, либо неразрушающих испытаний (дефектоскопии). Соответственно показателями качества каждой контролируемой единицы продукции — изделия — могут быть или его механические характеристики (прочность, пластичность и др.) или показатели дефектности, т.е. засоренности контролируемых элементов дефектами.

Для того чтобы указанные показатели отражали уровень технологии, а не только качество отдельных изделий, их необходимо систематически учитывать для всех партий продукции (или для выборок). Наиболее целесообразны статистические показатели  $\bar{B}$ ,  $q$ ,  $g$  засоренности продукции дефектами (см. условные обозначения).

Исходные данные для расчета средних показателей доли дефектов и брака  $\bar{q}$  или  $\bar{B}$  обычно оценивают по альтернативному признаку (да — нет). При этом разделяют все изделия на «годные» и «негодные» без конкретизации числовых характеристик годности и без указания вида, типа или размеров дефектов. Альтернативный подход требует достаточно больших выборок для достоверного суждения о качестве партии ( $n$  порядка 20—30 и более).

Показатели размеров дефектов  $\Delta$ , их площади  $\Delta S$  мм<sup>2</sup> или суммарной относительной площади (объема)  $g$  % являются измеряемыми. Например, для показателя  $g = \Sigma \Delta S / S_p$  по сравнительно малым выборкам ( $n < 20$ —30) можно определить среднее значение  $\bar{g} = \bar{x}$  и эмпирическое среднее квадратическое отклонение  $s$ . Показатели  $g$  весьма полезны при оценке засоренности дефектами металла сварных соединений, литья, а также для сравнения норм допустимости дефектов. Анализ при этом можно вести как по отдельным  $i$ -тым видам дефектов ( $g_i$ ), так и по приведенной дефектности  $g_0 = \Sigma g_i r_i$ . В последнем случае любые дефекты приводят условно к простейшим «исходным», для которых принимают  $r = 1$ . Для сварных соединений и многих других металлоизделий за исходные дефекты целесообразно взять поры. Шлаки, непровары, расслоения имеют коэффициенты приведения или значимости  $r_i > 1$ . Трещины как наиболее опасный вид дефектов имеют  $r_t \geq 100$ . Конкретные значения  $r_i$  для непроваров, шлаков и других дефектов даны ниже в 5 и в работах [3, 4, 16].

Пользуясь перечисленными выше показателями, можно вести более результативно статистический анализ качества технологических процессов. Например, целесообразно строить простейшие диаграммы видов или при-

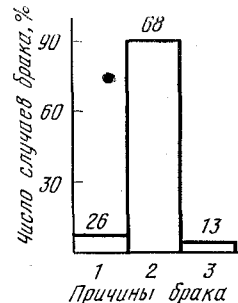


Рис. 2.2. Диаграмма основных причин брака при сварке (цифры указывают число забракованных стыков):

1 — некачественные электроды; 2 — по вине операторов; 3 — плохая организация работы

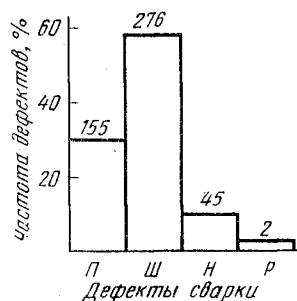


Рис. 2.4. Диаграмма появления недопустимых дефектов, вызвавших брак сварных соединений:

П — поры; Ш — шлаки; Н — непровары; Р — разностепность

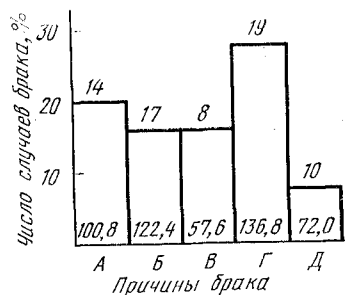


Рис. 2.3. Диаграмма причин брака для группы 2 (см. рис. 2.2):

А — подготовка; Б — сборка; В — зачистка; Г, Д — квалификация и внимательность операторов. Числа внизу — стоимость исправления брака (руб./мес по участку)

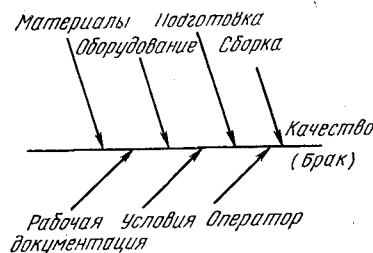


Рис. 2.5. Схема анализа причин, влияющих на качество изделий

чин брака соединений (рис. 2.2, 2.3), видов дефектов (рис. 2.4).

Поскольку поры, шлаки, непровары или трещины имеют разную природу возникновения, то появляется возможность выяснить непосредственные технологичес-

кие причины появления этих дефектов. Для этой цели используют так называемые схемы причинных связей, известные за рубежом как схемы Исикава (рис. 2.5).

Приведенные диаграммы отражают уровень качества в статике. По ним нельзя оценить достоверность получаемой информации и тенденции изменения качества во времени. Поэтому полезно анализировать также динамику качества, используя временные графики: диаграммы по сменам, дням недели (месяцам, годам), по номерам партий продукции и т. п.

### 2.3. Сбор и анализ информации

Анализ качества продукции, выяснение причин и предупреждение брака возможны лишь при условии получения систематизированной и объективной информации о качестве. Информацию в каждой отрасли необходимо собирать по единым для данного вида технологии формам. Показатели качества должны быть унифицированными, позволяющими осуществить сравнение и анализ уровня качества как в отрасли — от производственного участка до министерства, так и в межотраслевом масштабе по видам технологии; например, в сварочном, литейном, прокатном производстве и т. п.

Важно отметить, что формы учета должны обеспечивать наряду с информацией о качестве данные об уровне и режимах соответствующей технологии. Только в этом случае возможно оперативное выяснение причин появления дефектов и замыкание системы контроля обратной связью на технологию (см. рис. 2.1).

Карты учета качества (для сварочных работ) приведены в [2, 4, 16]. Исходная форма КУ (контроль — учет) позволяет получить сведения о дефектах, обнаруженных в процессе контроля, о применяемой технологии и решения по качеству: «годен — негоден». Формы КСР-1 и КСР-2 (контроль сварочных работ) позволяют получить по единым показателям  $q$  и  $B$  информацию о качестве за исследуемый период по любым предприятиям. Пользуясь этими формами, можно составить «историю качества» по данному подразделению за определенный период времени, а затем судить о динамике качества.

Аналогичные по принципу формы вполне применимы также для любого вида исследований: технологических, медицинских, социологических и др. Естественно, необ-

ходимо внесение соответствующих коррективов, отражающих специфику исследований.

Следует отметить, что в стандартах ряда стран, в том числе и стран — членов СЭВ, даны единые для каждой страны формы учета и анализа качества. Эти формы позволяют ежемесячно иметь сведения по всем отраслям промышленности и строительства о качестве работ. Указанные сведения по результатам радиографии сварных соединений в ГДР поступают, например, в Центральный институт сварки (ЦИС). Там их обрабатывают по соответствующему стандарту и планируют в общегосударственном масштабе мероприятия по улучшению качества (см. пример 2.1).

#### 2.4. Распределения показателей качества

Приведенные выше показатели позволяют вести оценку качества продукции по уровню дефектности и доле брака, анализировать динамику качества, причины его изменения. Однако решение задач статистического регулирования технологии, вероятностного обоснования планов контроля и оценки его достоверности, а также обоснования норм допустимости дефектов невозможно без знания статистических распределений изучаемых величин.

Априори, учитывая большое количество случайных внешних факторов, воздействующих на производственный процесс, можно полагать, что свойства получаемых по данной технологии изделий следует характеризовать случайными величинами. Действительно, такие показатели качества, как прочность металла, а иногда и доля брака  $B$  (в больших партиях продукции), могут быть описаны нормальным распределением [3, 14]. Размеры реальных дефектов могут быть хорошо аппроксимированы экспонентой, размеры обнаруженных дефектов — распределением Вейбулла, число дефектных элементов в выборке — распределением Пуассона и т. д. [2—4, 16].

В табл. 1.1 были показаны физические модели и статистические модели распределения, с помощью которых можно количественно оценить качество. Для конкретизации этих моделей в табл. 2.1 и 2.2 показаны примеры вероятностных характеристик прочности и размеров сортамента некоторых сталей [14].

Таблица 2.1

Вероятностные характеристики прочности некоторых материалов [14]

| Материал        | По ГОСТу                        |                  | Из эксперимента     |                                  |                |                          |
|-----------------|---------------------------------|------------------|---------------------|----------------------------------|----------------|--------------------------|
|                 | лист $\delta_{\text{ном}}$ , мм | $\sigma_B$ , МПа | число образцов, шт. | $\bar{x} = \bar{\sigma}_B$ , МПа | $s_{x'}$ , МПа | $v = s_{x'}/\bar{x}$ , % |
| Сталь ВСт3кп    | 2,6—3,0                         | 380—470          | 20 336              | 414,2                            | 30,7           | 7,40                     |
| » 20            | 4,1—5,0                         | 350—500          | 9 990               | 397,3                            | 32,8           | 8,25                     |
| » ВСт4сп        | 2,0—3,0                         | 420—520          | 2 969               | 451,7                            | 33,3           | 7,37                     |
| Сталь 12Х18Н10Т | 0,8—4,0                         | 540              | 21 651              | 637,3                            | 36,0           | 5,65                     |
| Сплав АМг6М     | 1,5                             | 320              | 2 939               | 327,2                            | 7,60           | 2,33                     |

Следует отметить, что текущие значения показателей брака и дефектности по выборкам ( $q$ ,  $g$ ,  $B$ ) необходимо учитывать и анализировать постоянно в ходе производства. В противоположность этому статистические параметры распределений показателей качества, полученные при достаточно большом числе испытаний, отличаются постоянством для данного стабильного технологического процесса. Числовые характеристики распределений — математическое ожидание  $M(X)$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma(X)$ , а также их оценки  $\bar{x}$ ,  $s$  стабильны до тех пор, пока технология или условия производства не изменятся.

Таблица 2.2

Вероятностные характеристики размеров сортамента некоторых материалов [14]

| Материал        | По ГОСТу                   |                            | Число образцов | $\bar{\delta} = \bar{x}$ , мм | $s$ , мм | $v = s/\bar{x}$ , % | Границы 95 %-ного доверительного интервала, мм |
|-----------------|----------------------------|----------------------------|----------------|-------------------------------|----------|---------------------|------------------------------------------------|
|                 | $\delta_{\text{ном}}$ , мм | $\delta_{\text{мин}}$ , мм |                |                               |          |                     |                                                |
| Сталь 20кп      | 1,5                        | —                          | 619            | 1,527                         | 0,065    | 4,26                | 1,522—1,532                                    |
| Сталь 12Х18Н10Т | 0,8                        | 0,7                        | 3708           | 0,81                          | 0,03     | 3,68                | 0,806—0,814                                    |
| Сплав АМг6М     | 1,5                        | 1,28                       | 3312           | 1,385                         | 0,027    | 1,95                | 1,384—1,386                                    |

На рис. 2.6 показан пример экспоненциального распределения размеров «реальных» дефектов — включений по результатам вскрытия тавровых сварных соединений. Подобные же графики  $f_p(x) = \lambda \exp(-\lambda x)$  получены для

стыковых швов, выполненных дуговой сваркой, и многих других случаев. В частности, оказалось, что размеры несплошностей в поковках и литье также распределены по экспоненте [3]: чем крупнее дефекты, тем меньше вероятность их появления.

Если дефекты обнаружены каким-либо методом разрушающего контроля, имеющим обычно ограниченную чувствительность, то распределения  $f_0(x)$  размеров

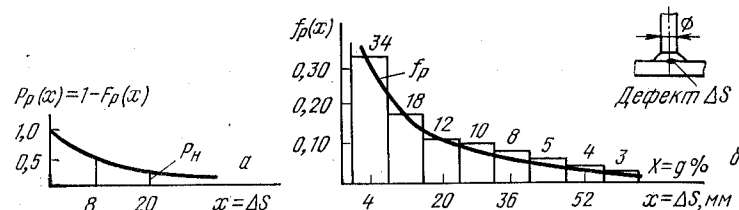


Рис. 2.6. Гистограмма частот появления дефектов разной площади  $\Delta S$  мм² или  $g\%$  (а) и кривая плотности вероятностей  $f_p(x) = 0.07 \exp(-0.07x)$  (б). Число разрушенных образцов с дефектами 105

$x = \Delta$  (или площадей  $x = S$ ) обнаруженных дефектов не являются экспоненциальными. Мелкие дефекты контроль не обнаруживает, поэтому левая часть экспоненты как бы ограничена или усечена характеристикой выявляемости. Например, распределения обнаруженных радиографией дефектов, показанных на рис. 2.7, аппроксимированы кривой Вейбулла.

Полученные распределения в каждом конкретном примере позволяют численно оценивать вероятность  $p_n$  появления дефектов размером больше заданного (нормативного)  $x_n$ :

$$\text{Вер}(X > x_n) = \int_{x_n}^{\infty} f_0(x) dx = P(x) = 1 - F(x) = p_n. \quad (2.1)$$

Зная параметры распределения дефектов, можно прогнозировать возможную долю брака Б при изменении норм  $x_n$  допустимой дефектности. Ожидаемая доля брака составит:

$$Б = p_n q_{\Sigma}, \quad (2.2)$$

где  $q_{\Sigma}$  доля дефектных изделий (соединений) по всем размерам дефектов. Для данной стабильной технологии обычно  $q_{\Sigma} = \text{const}$  по многим партиям продукции.

Следует отметить, что анализ диаграмм размеров обнаруженных дефектов может хорошо отразить и объективность контроля. Например, на диаграмме (рис. 2.8), полученной по результатам радиографии 1100 сварных стыков труб, отмечен скачок для частот дефектов размером около 2 мм по сравнению с теоретической кривой. Этот скачок обусловлен

тем, что размер 2 мм является нормативным, т.е. дефекты с  $x \geq 2$  недопустимы. Операторы-дефектоскописты в пределах ошибки своих измерений (равной около  $\pm 0.5$  мм) могут относить все дефекты размером от 1.5 до 2.5 мм либо к области дефектов  $x \leq 2$  мм (см. рис. 2.8, а), либо к области  $x \geq 2$  мм (см. рис. 2.8, б). Уровень брака будет в обоих случаях оценен по-разному, субъективно.

В первом случае (а) контролеры были зависимы от технологов и получали премию «за план» по сварке; они оказались не заинтересованными в ужесточении контроля и давали недобраковку.

Во втором случае (б) дефектоскописты не были подчинены технологам и получали надбавку к зарплате за число проконтролированных стыков.

Оба варианта организации, хотя и имеют место, не оптимальны. Они не обеспечивают объективного контроля, соответствующего показанной пунктиром теоретической кривой  $f_0(x)$  частот, обнаруженных дефектов. Об оптимальной организации системы контроля будет сказано ниже в разделе 6.

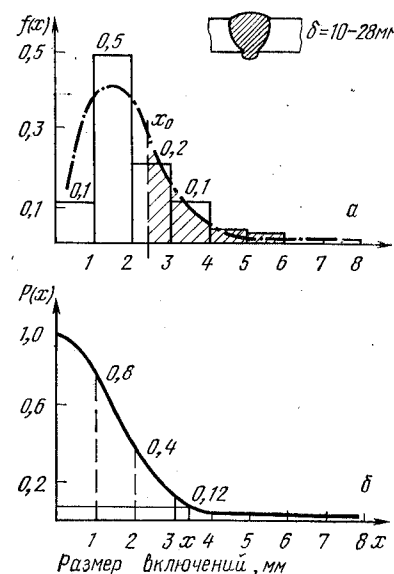


Рис. 2.7. Гистограмма частот (а), аппроксимированная кривой Вейбулла — Гнеденко  $f_0(x) = \frac{x}{2} \exp(-\frac{x^2}{4})$ , и схема (б) расчета вероятностей  $P(x)$  появления дефектов более заданного размера  $x_n$ . Число участков с дефектами 7500

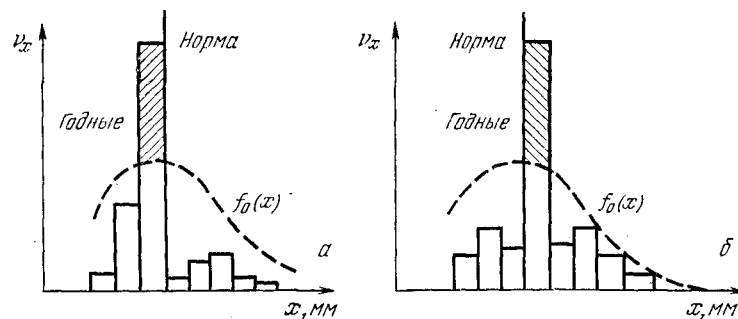


Рис. 2.8. Примеры диаграмм размеров дефектов, обнаруженных по радиограммам сварных соединений труб:  
а — недоработка; б — перебраковка. Пунктир — теоретическая кривая обнаружения дефектов

## 2.5. Контрольные карты

Контрольные карты используют для статистического регулирования качества. Они позволяют наглядно отразить ход производственного процесса на диаграмме и таким образом выявить нарушения технологии. Различают контрольные карты по измеряемым (количественным) и неизмеряемым (качественным) признакам. Виды карт зависят от назначения продукции и характера технологии. Примеры подробно разобраны в специальной литературе [20—22], поэтому мы дадим только их краткую характеристику.

Наиболее просты в использовании карты по *качественным признакам*. Их различают обычно следующих типов: карта  $p$  ( $p$  — процент или доля брака в партии, иногда обозначаемая также  $q$  или  $B$ ); карта  $c$  ( $c$  — число дефектов в единице продукции); карта  $np$  и карта  $u$  ( $u = c/n$  — число дефектов, деленное на число единиц продукции). Обозначения карт даны по международной системе.

Пример диаграммы, соответствующей карте  $p$ , дан на рис. 2.9. Для сварных соединений наиболее удобны  $p$ - и  $np$ -карты. Долю брака  $B = p$  или долю дефектности  $q$  вычисляют как отношение числа бракованных  $m_B$  или дефектных  $m_D$  элементов к общему числу  $n$  проконтролированных. При биномиальном распределении доли брака и вероятности наличия в выборке  $n$  числа  $d$  дефектных изделий верхнюю и нижнюю границы регулиро-

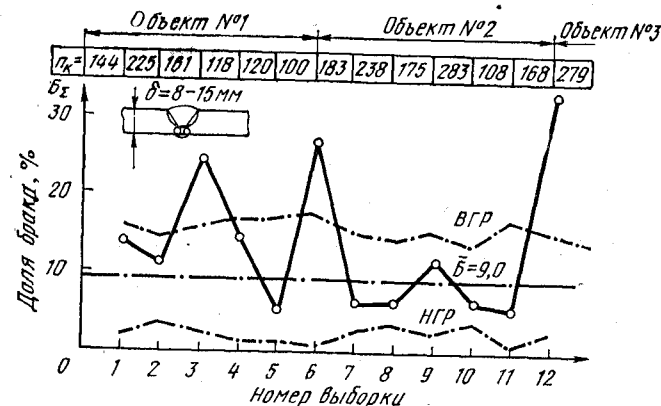


Рис. 2.9. Диаграмма изменения уровня брака  $p = B_{\Sigma}$  суммарно по всем видам дефектов:  $\Sigma n_k = 3085$ ; выборки  $n \geq 100$  образцов. Способ сварки — автоматическая дуговая под флюсом. Материал — низколегированная сталь типа СХЛ

вания (ВГР и НГР) доли брака  $p$  определяют, пользуясь формулой для дисперсии этого распределения  $\sigma^2(d) = np(1-p)$ , а  $\sigma(p) = \sqrt{p(1-p)/n}$ . Тогда имеем границы

$$ГР_{В,Н} = \bar{p} \pm 3\sqrt{p(1-p)/n}.$$

Как видим, здесь использованы «трехсигмовые» границы регулирования:  $(p \pm 3\sigma)$ .

При пуассоновском распределении  $P(d, n)$  (числа  $d$  дефектных элементов в выборке  $n$ ), учитывая, что  $\sigma^2(d) = np$ , имеем аналогично (2.2):

$$ГР_{В,Н} = np \pm 3\sqrt{np}. \quad (2.3)$$

Границы регулирования, показанные на рис. 2.9, непостоянны, поскольку объемы выборок несколько изменялись.

При ведении контрольных карт выход регулируемого параметра из подконтрольного состояния (за границы ВГР или НГР) служит сигналом для корректировки технологии (см. ниже пример).

Основными видами контрольных карт по *количественному признаку* являются: карты средних значений (карта  $\bar{x}$ ), карта индивидуальных значений, карты меди-

ан и комбинированные карты. Последние различают как карты  $\bar{x}/s$ , карты  $\bar{x}/R$  и  $x_{me}/R$ , где  $s$  — стандартное отклонение,  $R$  — размах. Расчеты для составления контрольных диаграмм удобно вести на специальных картах статистической обработки (КСО), пример которой, так же как и карты для сбора исходной информации, приведен в [2—4]. Пример карты для сварных швов дан на

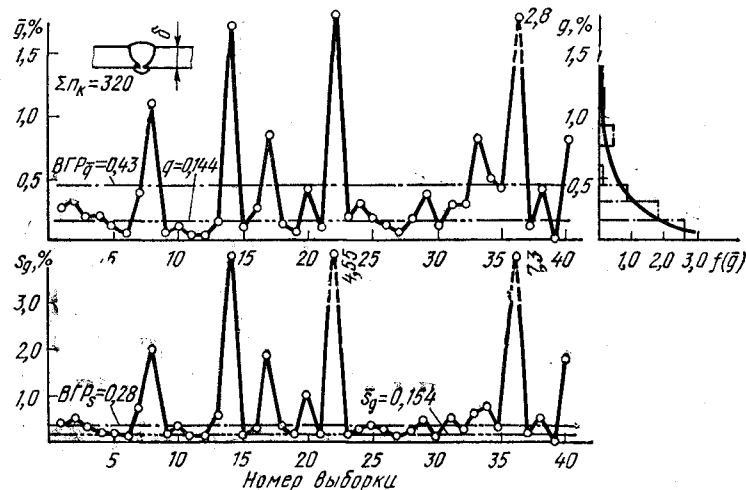


Рис. 2.10. Диаграмма уровня дефектности и границы регулирования качества для сварных корпусных конструкций из стали толщиной 5—6 мм по карте  $\bar{x}/s$  (ручная дуговая сварка,  $\Sigma n_k = 320$ )

рис. 2.10 при экспоненциальном распределении дефектности, показанном справа.

На контрольных картах наносят границы регулирования, в пределах которых с заданной вероятностью должны находиться значения изучаемых величин. Например, при нормальном распределении величин в пределах трехсигмовых границ лежит 99,73% всех значений. Отсюда следует, что почти все выборочные средние  $\bar{x} = \bar{B}$  доли брака, полученные из генеральной совокупности с математическим ожиданием  $m_x$  и средним квадратическим отклонением  $\sigma \approx s$ , приходятся на область с трехсигмовыми границами регулирования. При уровне значимости  $\alpha = 0,27\%$  (100—99,73) имеем:

$$m_x \pm 3\sigma/\sqrt{n} \text{ или } m_x \pm A\sigma. \quad (2.4)$$

При других уровнях значимости, например  $\alpha = 1$  или 5%, в числителе коэффициента  $A$  будут соответственно вместо цифры 3 цифры 2,58 или 1,96 (см. приложение 1).

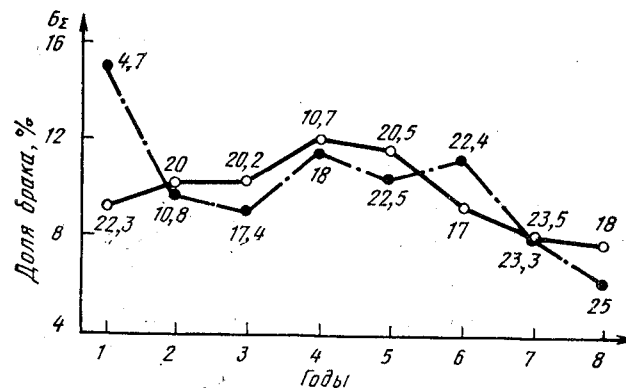


Рис. 2.11. Изменение доли брака  $B_{\Sigma}$  за восемь лет (по годам) в одной из отраслей ГДР при механизированных (пунктирная линия) и ручных (сплошная линия) способах сварки [5]. Цифрами указано примерное число (тыс. шт.) проверенных участков шва

Пример 2.1. Анализ брака сварки (% исправлений) на предприятиях ГДР показал следующие результаты (по данным ЦИС — Галле, для ряда отраслей суммарно):

1966г., 1967 г.

Сварка:

|                                                    |      |     |
|----------------------------------------------------|------|-----|
| Автоматическая под флюсом . . . . .                | 6,6  | 7,0 |
| Полуавтоматическая в $CO_2$ . . . . .              | 7,3  | 7,2 |
| Вольфрамовым электродом в инертном газе . . . . .  | 5,4  | 5,9 |
| Металлическим электродом в инертном газе . . . . . | 16,8 | 5,3 |
| Электрошлаковая . . . . .                          | 1,1  | 3,1 |

Изменение доли брака по годам в одной отрасли показано на рис. 2.11.

Из приведенных данных видна динамика уменьшения доли брака из года в год, а также хорошо видна разница в качестве швов для отдельных методов сварки. Например, электрошлаковая сварка дает долю брака, в 5—15 раз меньшую, чем другие методы.

Пример 2.2. Определить средний уровень и наибольшее допустимое отклонение от среднего уровня для радиографического контроля доли брака при газовой сварке стыков трубопроводов. Значения доли исправлений (брака)  $B_i$  и числа исправляемых стыков  $n_B$  в выборках объемом  $n_i$  приведены в табл. 2.3 и на рис. 2.12. Цикл контроля  $\sim 1$  год. Определим значения ВГР и построим контрольную карту. Пример взят из реальной практики Минмонтажспецстроя

БССР. Следует отметить, что для монтажных условий использование статистики возможно в том случае, если на всех участках работ соблюдается одна и та же технологическая документация. Тогда

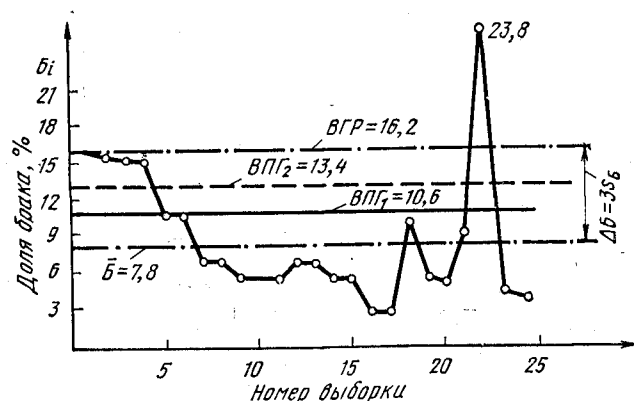


Рис. 2.12. Диаграмма изменения доли брака в выборках монтажных сварных стыков труб за год (к примеру 2.2)

продукцию разных участков можно объединять в одну базовую партию по технологическому признаку и рассматривать эту партию как генеральную совокупность.

1. Из замера значения доли брака в выборках (сокращенный вариант записи) составляют:

| № вы-<br>борки | n, шт. | n <sub>Б</sub> ,<br>шт. | Б, % | № вы-<br>борки | n, шт. | n <sub>Б</sub> ,<br>шт. | Б, % |
|----------------|--------|-------------------------|------|----------------|--------|-------------------------|------|
| 1              | 95     | 15                      | 15,7 | 13             | 86     | 6                       | 6,9  |
| 2              | 90     | 14                      | 15,5 | 14             | 87     | 5                       | 5,7  |
| 3              | 94     | 14                      | 14,9 | 21             | 122    | 11                      | 9,0  |
| 10             | 86     | 5                       | 5,8  | 22             | 80     | 19                      | 23,8 |
| 11             | 86     | 5                       | 5,8  | 23             | 72     | 3                       | 4,2  |
| 12             | 86     | 6                       | 6,9  | 24             | 72     | 3                       | 4,2  |

Число выборок  $k=24$ ;  $\Sigma n=2154$ ;  $\Sigma n_B=180$ .

2. Средний объем  $n_{ср}$  выборки

$$n_{ср} = \bar{n} = 2154/24 \approx 90 \text{ шт.}$$

3. Допустимое отклонение объема выборки  $\Delta n$  от среднего определяем, пользуясь формулой среднего квадратического отклонения для дисперсии [17, формула 14.3.16]  $s(D^*) = D^* \sqrt{2/(n-1)}$ . Необходимым условием для использования  $n = \text{const}$  при разных объемах выборок служит соблюдение неравенства:

$$2\sqrt{2/(n-1)} \leq \bar{n}/n_i \leq 1 + 2\sqrt{2/(n-1)}.$$

Тогда допустимое  $\Delta n = \bar{n}/n_i = 1 + 2\sqrt{2/(n-1)} \approx 1 \pm 0,3$ .

4. Определяем значения  $\bar{n}/n_{\max}$  и  $\bar{n}/n_{\min}$ :

$$\bar{n}/n_{23} = \bar{n}/n_{\min} = 90/72 = 1,25; \quad \bar{n}/n_{21} = \bar{n}/n_{\max} = 90/122 = 0,74.$$

Видно, что оба значения лежат в пределах допуска  $\Delta n$ . Поэтому принимаем расчетное значение  $\bar{n}=90$  шт.

5. Средний уровень исправлений, %:

$$\bar{B} = (180/2154) \cdot 100 = 8,4.$$

6. Определяем допускаемое отклонение, %, от среднего значения по формуле биномиального распределения

$$\Delta B = 3s_B = 3\sqrt{\bar{B}(100-\bar{B})/\bar{n}} = 3\sqrt{8,4 \cdot 91,6/90} = 8,7.$$

7. Сравниваем значения  $B_i$ , %, в выборках с допустимыми

$$(\bar{B} + \Delta B) = (8,4 + 8,7) = 17,1.$$

Видно, что одно значение  $B_{22}=23,8$  (выборка № 22) превышает допустимое и является выбросом, поэтому исключаем его из расчета.

8. Определяем  $\bar{B}$  и  $\Delta B$  заново (исправленные значения), %:

$$\bar{B} = 161 \cdot 100/2074 = 7,8 \approx 8; \quad \Delta B = 3\sqrt{8(100-8)/90} = 3 \cdot 2,8 = 8,4.$$

Видно, что все оставшиеся значения  $B$  лежат в допустимых пределах  $(\bar{B} + \Delta B) = (7,8 + 8,4) = 16,2\%$ , а  $s_B = 2,8$  (%).

Полученные значения  $\bar{B}=7,8\%$  и  $\Delta B=8,4\%$  принимаем за базовые для последующего контроля и анализа технологического процесса во всех подразделениях с аналогичной технологией.

9. Для более оперативной корректировки технологии по меньшим выбросам уровня качества устанавливаем, кроме трехсигмовой границы ВГР, двухсигмовую и односигмовую предупредительные границы регулирования ВПГ<sub>2</sub> и ВПГ<sub>1</sub>. Определяем значения ВГР и ВПГ, %, окончательно:

$$\text{ВГР} = \bar{B} + 3s_B = 16,2; \quad \text{ВПГ}_2 = \bar{B} + 2s_B = 7,8 + 2 \cdot 2,8 = 13,4;$$

$$\text{ВПГ}_1 = \bar{B} + 1s_B = 7,8 + 2,8 = 10,6.$$

10. Наносим значения  $\bar{B}$ , ВГР и ВПГ на контрольную карту (см. рис. 2.12).

Следует иметь в виду, что слишком низкий уровень брака относительно устойчивого значения  $\bar{B}$  может быть сигналом о низкой достоверности контроля. Однако для краткости и простоты изложения в данном примере нижние границы для доли брака мы не рассчитываем.

Благодаря хорошей организации и оперативности контроля на производстве подъем доли брака в выборке № 21 и выброс в выборке № 22 были зафиксированы оперативно (в течение 2–3 смен). Причиной выброса оказались некачественные электроды. Вся партия электродов была немедленно изъята, и новые электроды дали

возможность в выборке № 23 получить приемлемое качество. Указанный пример служит наглядной иллюстрацией принципов статистического регулирования на производстве, в том числе в условиях монтажа по данным Л. С. Денисова.

### 3. ДОСТОВЕРНОСТЬ ВЫБОРОЧНОГО КОНТРОЛЯ

Изложенные в разделе 2 две первые задачи управления качеством — статистический анализ и регулирование качества — можно считать производственными задачами. Они должны систематически решаться непосредственно на производстве. Задачи, излагаемые в разделах 3—5, тоже актуальны для производства, но решать их следует главным образом в отраслевых научно-исследовательских институтах или в головных технологических институтах.

#### 3.1. Существующий порядок контроля

Несмотря на то что после 70-го года появились специальные стандарты ГОСТ 16493—70, ГОСТ 18242—72, ГОСТ 18321—73, ГОСТ 20736—75 (приложение 6) для математически обоснованных вероятностных планов выборочного контроля,

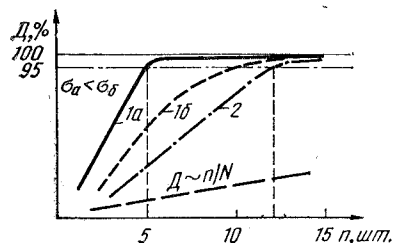


Рис. 3.1. Примерный вид зависимости между объемом выборки  $n$  (при  $n \leq 10N$ ) и достоверностью  $D$  о дефектности соединений:

1, а, б — контроль по количественному признаку, при разных дисперсиях  $\sigma_a^2 < \sigma_b^2$ ; 2 — контроль по качественному признаку;  $n/N$  — линия роста информации о дефектах (при  $N \approx 100$ )

на производстве во многих случаях пока находят применение так называемые жестко корректируемые планы, когда объемы выборки заданы техническими условиями или правилами контроля (ПК). Причем эти объемы  $\eta = n/N$  обычно задают не в штуках, а в процентах к определенному объему изготовленной продукции, которую принимают за партию  $N$ .

Нормы на долю контроля зависят от категории ответственности изделий. Например, для корпусных конструктивных объемы контроля сварных швов от 4-й до 1-й высшей категории могут составлять соответственно 2, 5, 20, 100%.

Жесткие планы контроля, естественно, мало зависят как от уровня технологии, определяемого по засоренности продукции  $q$ , так и от объема партии  $N$ . Отбор единиц продукции в выборку часто является преднамеренным, а не случайным, как это требуется по математической модели выборочного контроля.

Таким образом, существующая практика часто недостаточно учитывает основные положения теории выборок, что в свою очередь может приводить к существенным ошибкам.

Кроме того, при выборочном контроле важно знать его достоверность, которая отнюдь не пропорциональна объему контроля  $n/N$ , %, а возрастает по некоторой кривой (рис. 3.1), подобной «кривой насыщения». Для того чтобы уметь оценить количественно достоверность выборочного контроля, ниже даны элементы применения статистически обоснованных выборок, где так же, как и при статистическом регулировании, возможны два вида оценок качества: по количественному и по альтернативному признакам.

#### 3.2. Оценка по количественному признаку

Обычно исходят из соотношения  $D_x = D/n$  между дисперсией среднего арифметического  $D_x$  и «генеральной» дисперсией  $D$  (см. 1.3). Задаваясь точностью  $\delta$  измерений как предельным значением дисперсии  $D_x$ , получают требуемый объем выборки из формулы (1.6):

$$n = D/D_x = \sigma^2/\delta^2. \quad (3.1)$$

Если распределение количественного признака  $X$  нормальное, то математическое ожидание  $M(X)$  можно оценить с наперед заданной точностью  $\delta$  и доверительной вероятностью (надежностью)  $\gamma$  по формулам, вытекающим из формул (1.20) и (1.22).

При известном  $\sigma$ :

$$n = z_\gamma^2 \sigma^2/\delta^2. \quad (3.2)$$

возможность в выборке № 23 получить приемлемое качество. Указанный пример служит наглядной иллюстрацией принципов статистического регулирования на производстве, в том числе в условиях монтажа по данным Л. С. Денисова.

### 3. ДОСТОВЕРНОСТЬ ВЫБОРОЧНОГО КОНТРОЛЯ

Изложенные в разделе 2 две первые задачи управления качеством — статистический анализ и регулирование качества — можно считать производственными задачами. Они должны систематически решаться непосредственно на производстве. Задачи, излагаемые в разделах 3—5, тоже актуальны для производства, но решать их следует главным образом в отраслевых научно-исследовательских институтах или в головных технологических институтах.

#### 3.1. Существующий порядок контроля

Несмотря на то что после 70-го года появились специальные стандарты ГОСТ 16493—70, ГОСТ 18242—72, ГОСТ 18321—73, ГОСТ 20736—75 (приложение 6) для математически обоснованных вероятностных планов выборочного контроля,

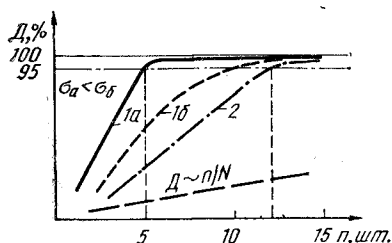


Рис. 3.1. Примерный вид зависимости между объемом выборки  $n$  (при  $n \leq 10N$ ) и достоверностью  $D$  о дефектности соединений:

1, а, б — контроль по количественному признаку, при разных дисперсиях  $\sigma_a^2 < \sigma_b^2$ ; 2 — контроль по качественному признаку;  $n/N$  — линия роста информации о дефектах (при  $N \approx 100$ )

на производстве во многих случаях пока находят применение так называемые жестко корректируемые планы, когда объемы выборки заданы техническими условиями или правилами контроля (ПК). Причем эти объемы  $\eta = n/N$  обычно задают не в штуках, а в процентах к определенному объему изготовленной продукции, которую принимают за партию  $N$ .

Нормы на долю контроля зависят от категории ответственности изделий. Например, для корпусных конструкций объемы контроля сварных швов от 4-й до 1-й высшей категории могут составлять соответственно 2, 5, 20, 100%.

Жесткие планы контроля, естественно, мало зависят как от уровня технологии, определяемого по засоренности продукции  $q$ , так и от объема партии  $N$ . Отбор единиц продукции в выборку часто является преднамеренным, а не случайным, как это требуется по математической модели выборочного контроля.

Таким образом, существующая практика часто недостаточно учитывает основные положения теории выборки, что в свою очередь может приводить к существенным ошибкам.

Кроме того, при выборочном контроле важно знать его достоверность, которая отнюдь не пропорциональна объему контроля  $n/N$ , %, а возрастает по некоторой кривой (рис. 3.1), подобной «кривой насыщения». Для того чтобы уметь оценить количественно достоверность выборочного контроля, ниже даны элементы применения статистически обоснованных выборок, где так же, как и при статистическом регулировании, возможны два вида оценок качества: по количественному и по альтернативному признакам.

#### 3.2. Оценка по количественному признаку

Обычно исходят из соотношения  $D_x = D/n$  между дисперсией среднего арифметического  $D_x$  и «генеральной» дисперсией  $D$  (см. 1.3). Задаваясь точностью  $\delta$  измерений как предельным значением дисперсий  $D_x$ , получают требуемый объем выборки из формулы (1.6):

$$n = D/D_x = \sigma^2/\delta^2. \quad (3.1)$$

Если распределение количественного признака  $X$  нормальное, то математическое ожидание  $M(X)$  можно оценить с наперед заданной точностью  $\delta$  и доверительной вероятностью (надежностью)  $\gamma$  по формулам, вытекающим из формул (1.20) и (1.22).

При известном  $\sigma$ :

$$n = z_\gamma^2 \sigma^2/\delta^2. \quad (3.2)$$

При неизвестном  $\sigma$  используют его оценку  $s$ , определяемую по выборкам:

$$n = t_{\gamma}^2 \cdot s^2 / \delta^2. \quad (3.3)$$

Значения квантилей  $z_{\gamma}$  нормального распределения или  $t_{\gamma}$  — распределения Стьюдента находят по табл. П1 и П2.

Если выборка  $n$ , по которой оценивают генеральную дисперсию  $\sigma^2$  путем расчета выборочной исправленной дисперсии  $s^2$ , достаточно велика ( $n \geq 30$ ), то можно и при неизвестном  $\sigma$  вести расчеты по квантилю  $z_{\gamma}$ . При малых выборках ( $n < 30$ ) замена  $t_{\gamma}$  на  $z_{\gamma}$  приводит к существенному занижению точности, как это показано выше (см. пример 1.2).

Пример 3.1. Определить требуемое число испытаний  $n$  для оценки статической прочности  $x = \sigma_B$  сварных стыков из перлитной стали.

По справочнику [14] находим генеральное  $\sigma = 40$  МПа. Задаваясь требуемой точностью  $\delta = 20$  МПа и доверительностью  $\gamma = 0,68$ , получаем по табл. П1  $z_{\gamma} = 1$  и далее по (3.2):

$$n = \sigma^2 / \delta^2 = 4.$$

Увеличив требуемое  $\gamma$  до 0,95, получаем по табл. П1  $z_{\gamma} = 2$  и

$$n = z_{\gamma}^2 \cdot \sigma^2 / \delta^2 = 16.$$

Анализ формул (3.2) и (3.3) и примеров показывает, что требуемое число испытаний  $n$  тем больше, чем меньше стабильность (т. е. больше  $\sigma$ ) в генеральной совокупности, а также чем больше требуемая доверительность  $\gamma$  и выше необходимая точность оценки (меньше  $\delta$ ).

Известно, что по сравнению с результатами статических испытаний пластичных материалов для хрупких материалов или для усталостных испытаний характерен гораздо больший разброс. Например, вариация  $v = \sigma / \bar{x}$  достигает в последнем случае 20—50%, а иногда даже 100%, в то время как для предела статической прочности  $v \approx 5 \div 10\%$ . Слишком большой разброс результатов испытаний может свидетельствовать также о недостаточном высоком качестве данного материала.

Пример 3.2. Определить число испытаний  $n$ , требуемое для оценки усталостной прочности стыков из той же стали, что и в примере 3.1. Для усталостных испытаний имеем рассеяние, т. е. генеральное среднее квадратическое отклонение,  $\sigma = 80$  МПа. Задаваясь

опять доверительностью  $\gamma = 0,68$  и требуемой точностью  $\delta = 20$  МПа, получаем:

$$n = n_{\text{устал}} = \sigma^2 / \delta^2 = 16.$$

Это в четыре раза больше, чем требуется для той же достоверности при оценке статической прочности.

Таким образом из примеров видно, что для достаточно достоверной оценки качества металла и соединений при больших значениях дисперсии  $\sigma^2$  для испытаний необходимо не менее 10—15 образцов вместо 3—5, которые иногда испытывают на практике.

### Двусторонняя оценка ошибок контроля

Во многих практических задачах «интервал неопределенности»  $\delta$  по неравенству (1.21) удобнее рассматривать как несимметричный (рис. 3.2):  $\alpha \neq \beta$ . При этом исходят из двух критических условий на границах этого интервала: статистическая гипотеза о равенстве  $\bar{x} = \bar{X}$  верна, если  $\bar{x} \leq (-z_{1-\beta} \sigma / \sqrt{n})$ , и гипотеза неверна, если  $\bar{x} > (z_{1-\alpha} \sigma / \sqrt{n})$ . Тогда вероятность  $\alpha$ -ошибки первого рода (отклонение правильной гипотезы) называют *риском поставщика* (изготовителя), а вероятность  $\beta$ -ошибки второго рода (принятие неверной гипотезы) — *риском потребителя* (заказчика). При учете этих двух рисков число испытаний определяют по формуле, которую удобно рассматривать, как вытекающую из формулы (3.1). Подставляя вместо  $z_{\gamma}$  выражение  $(z_{1-\beta} + z_{1-\alpha})$ , получаем [17, 20]:

$$n = (z_{1-\beta} + z_{1-\alpha})^2 \sigma^2 / \delta^2. \quad (3.4)$$

Пример 3.3. Определим число  $n$  необходимых испытаний на статическую прочность образцов сварных соединений из листовой малоуглеродистой стали. Браковочный уровень качества (прочности) (БРУК) возьмем:  $x_m = 400$  МПа. Приемочный уровень качества (ПРУК) примем  $x_0 = 440$  МПа. Тогда можно определить участок неопределенности  $\delta$  или требуемую точность как разность  $\delta = (x_0 - x_m) = 40$  МПа. На основании исследований [3, 4] и справочника [14] имеем для стали ВСтЗ генеральное среднее квадратическое от-

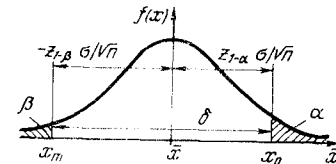


Рис. 3.2. Соотношения вероятностей  $\alpha$ -ошибок первого рода и  $\beta$ -ошибок второго рода ( $\delta$  — участок неопределенности)

клонение  $\sigma=40$  МПа. Зададимся рисками  $\alpha=0,1$ ;  $\beta=0,05$ , отдавая тем самым предпочтение интересам потребителя. Тогда по табл. III имеем:

$$z_{1-\alpha} = z_{0,9} = 1,28; \quad z_{1-\beta} = z_{0,95} = 1,64.$$

Определим объем выборки, подставляя в (3.3) найденные значения  $z_p$  и  $\delta$ . Тогда  $n = (1,64 + 1,28)^2 \cdot 40^2 / 40^2 = 9$ . Если  $\alpha = \beta = 0,1$ , как это часто принимают в статистических расчетах, то получим  $n = 6 + 7$ . Этот результат вполне логичен, так как, уменьшив число испытаний, мы увеличиваем риск ошибки.

### 3.3. Оценка по альтернативному признаку

При одноступенчатом контроле по альтернативному признаку все изделия разбивают на две группы: годные и негодные (дефектные). Основной характеристикой качества партии объемом  $N$  служит доля  $q$  дефектных единиц  $M$  в этой партии:  $[3, 19, 20, 24, 25]$ :

$$q = M/N. \quad (3.5)$$

При планировании контроля оговаривают два уровня входного качества — доли дефектных единиц в партии, поступившей на контроль:  $q_0$  — приемочный уровень качества (ПРУК),  $q_m$  — браковочный уровень качества (БРУК). Причем  $q_0 < q_m$ .

Возможные ошибки контроля оценивают значениями: риска  $\beta$  — потребителя и риска  $\alpha$  — поставщика. Под риском потребителя  $\beta$  понимают вероятность приемки партии, обладающей браковочным уровнем качества  $q_m$ . Под риском поставщика  $\alpha$  понимают вероятность забраковки партии годных элементов, обладающей приемочным уровнем качества  $q_0$ .

Процедура контроля состоит в том, что из представленных на контроль партий объемом  $N$  извлекают случайные выборки объемом  $n$ .

Случайной называют выборку, при составлении которой для любой единицы продукции контролируемой совокупности обеспечивается равная вероятность быть отобранной и включенной в выборку. Решающие правила состоят в том, что по результатам контроля выбирают два варианта решения. Либо всю партию  $N$  бракуют, если действительное число дефектных элементов  $m = d$  в выборке  $n$  окажется больше заданного приемочного числа  $C$  ( $d > C$ ); либо эту же партию принимают, если  $d \leq C$ .

Таким образом, в общем виде объем выборки зависит от многих переменных:  $n = n(q_m, q_0, N, C, \alpha, \beta)$ . Влияние каждой составляющей на объем выборки неравноценно.

При контроле по альтернативному признаку вместо аналитических и табличных расчетов удобнее использовать так называемые оперативные характеристики как графическую иллюстрацию планов выборочного контроля.

### 3.4. Оперативные характеристики выборок

Этот вопрос мы разберем только на примере контроля по альтернативному признаку, поскольку основные принципы остаются справедливыми и для количественного признака.

Эффективность плана контроля определяют *оперативными характеристиками* (ОХ), которые представляют собой зависимость между вероятностью приемки партии продукции  $P(q)$  и долями дефектных единиц  $q$  при заданной паре значений  $n$  и  $C$  (рис. 3.3):  $P(q) = P(q, n, C)$ . Заметим, что идеальная оперативная характеристика соответствует случаю сплошного контроля, когда  $q = \text{const}$  и  $P(q) = \text{const}$ .

Распределение  $P(d, n)$  случайного числа дефектных участков в выборке объемом  $n$ , взятой без возвращения из партии объемом  $N$ , подчиняется гипергеометрическому закону. Причем вероятность обнаружения в выборке дефектных участков не более заданного числа  $C$  определяется выражением

$$P(q) = \text{Вер}(d \leq C) = \sum_{d=0}^C P(d, n). \quad (3.6)$$

Это выражение в развернутом виде довольно громоздко и сложно в практических расчетах.

При условии  $n \leq 0,1 N$  гипергеометрическое распределение с достаточной для практики точностью заменяют биномиальным. В нем  $n$  не связано с объемом партии  $N$ , что позволяет проще рассчитывать планы контро-

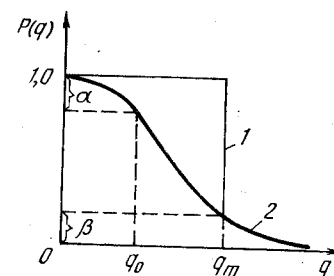


Рис. 3.3. Оперативные характеристики идеального (1) и выборочного одноступенчатого (2) планов контроля

ля. Однако в расчетные таблицы входят, по крайней мере, три параметра: два постоянных ( $q$  и  $n$ ) и переменная величина  $d$ . Поэтому таблицы должны иметь три входа, что все еще весьма громоздко.

Когда засоренность партии мала и величина  $q \leq 0,1$ , то биномиальное распределение в свою очередь может быть заменено распределением Пуассона. В определенных соотношениях величин  $n$  и  $q$  при  $nq > 10$ , применим также и нормальный закон.

В формулу для распределения Пуассона (см. табл. 1.1) входит постоянная  $a = M(d) = nq$  и одна переменная  $d$ . Значит, расчетная таблица в этом случае будет всего с двумя входами, что проще. Физический смысл распределения Пуассона тот же, что и биномиального: вероятность появления в выборках определенного значения  $d$  в зависимости от генерального значения  $a$ .

Согласно оперативной характеристике вероятность приемки партии с долей дефектности  $q_m$  — это риск потребителя  $\beta$ , а вероятность забраковки партии с долей дефектности  $q_0$  — риск поставщика  $\alpha$ :

$$P(q_0) = 1 - \alpha; P(q_m) = \beta. \quad (3.7)$$

Обычно величины  $\alpha$  и  $\beta$  малы, и на практике их принимают в пределах 0,05—0,15. По ГОСТ 16493—70, например, принято два возможных значения для  $\beta$ —0,10 и 0,05, а значение  $\alpha$  не оговорено. Подробнее см. [19, 20, 25] и ГОСТы (приложение 6).

### 3.5. Достоверность выборочной оценки

Приведенные выше основные статистические модели выборочного контроля позволяют сформулировать понятие об условной его достоверности  $\gamma$  как разности между единицей (вероятностью всех событий в группе) и ошибками контроля. Ошибки могут учитываться суммарно ( $\alpha + \beta$ ) или каждая в отдельности.

При учете суммарно обеих ошибок имеем:

$$\gamma_{\Sigma} = (1 - \alpha)(1 - \beta) = 1 - \alpha + \alpha\beta - \beta. \quad (3.8)$$

Поскольку в большинстве случаев  $\alpha$  и  $\beta < 0,1$ , то можно пренебречь произведением  $\alpha\beta$  из-за его малости. Окончательно получаем:

$$\gamma_{\Sigma} \approx 1 - (\alpha + \beta); \gamma(\alpha) = 1 - \alpha; \gamma(\beta) = 1 - \beta. \quad (3.9)$$

Пример 3.4. Стальные трубчатые изделия, содержащие каждое по пять ребер с двумя сварными точками, т. е. по 10 сварных точек,

испытывали на отрыв. Фиксировали усилия отрыва каждого ребра  $\omega_{отр}$ , причем их наименьшее (браковочное) значение составляло  $\omega_{бр} = 10$  кН (данные В. Н. Куликова).

Из сменной партии, составляющей 500 изделий, отбирали 2%, т. е. 10 изделий. Если хотя бы одно ребро отрывалось при усилиях  $\omega_{отр} < \omega_{бр}$ , то вся партия (500 шт.) браковалась. Был проведен статистический анализ качества 25,5 тыс. соединений в течение одного года. За единицу продукции принято соединение ребра с трубой (с двумя точками, работающими в одинаковых условиях). Тогда объем партии равен числу ребер за смену 500·5, т. е.  $N = 2500$ . Объем выборки  $n = 2\%$ , а  $n = 50$ . Приемочное число  $C = 0$ . Контроль вели в соответствии с планом:  $N, n, C = (2500; 50; 0)$ .

В зависимости от усилия отрыва все результаты были разбиты на пять интервалов (табл. 3.1).

Таблица 3.1  
Результаты испытаний на отрыв сварных точечных соединений

| Интервал | Середина интервала | Границы усилия отрыва, кН | Опытные частоты $n_i$ | Опытные частоты $v_i = n_i/n_{\Sigma}$ | Плотность $f_p(x)$ | Интегральная функция $P(x)$ |
|----------|--------------------|---------------------------|-----------------------|----------------------------------------|--------------------|-----------------------------|
| 0—1      | 0,5                | 25—20                     | 16 642                | 0,65                                   | 0,63               | 0,57                        |
| 1—2      | 1,5                | 15—20                     | 7 464                 | 0,29                                   | 0,21               | 0,19                        |
| 2—3      | 2,5                | 10—15                     | 1 311                 | 0,05                                   | 0,07               | 0,06                        |
| 3—4      | 3,5                | 5—10                      | 42                    | 0,02                                   | 0,023              | 0,02                        |
| 4—5      | 4,5                | 0—5                       | 1                     | 0,00006                                | 0,008              | 0,007                       |

Гистограмма частот  $v_i = n_i/n_{\Sigma}$  появления результатов  $\omega_{отр}$  аппроксимирована по вероятностной сетке экспонентой (рис. 3.4):

$$f_p(x) = 1,1 \exp(-1,1x); P(x) = 1 - F_p(x) = e^{-1,1x}.$$

Из таблицы и гистограммы следует, что интервалы 3—4 и 4—5 лежат ниже браковочной границы (10 кН). Тогда средний уровень входного качества  $\bar{q}$  по доле брака можно рассчитать так:

$$\bar{q} = \frac{n_{3-4} + n_{4-5}}{n_{\Sigma}} = \frac{42 + 1}{25 \cdot 500} \approx 0,0017.$$

В соответствии с ГОСТ 20736—75 при значениях  $\bar{q} = 0,165 \div 0,279\%$  рекомендован приемочный уровень качества (ПРУК)  $q_0 = 0,0025$ . Браковочный уровень по согласованию с заказчиком установлен  $q_m = 4q_0 = 0,0100$ .

При низком уровне засоренности  $q \leq 0,1$  и  $n \leq 0,1N$  для распределения  $P(d, n)$  случайного числа дефектных единиц в выборке  $n$  применим закон Пуассона (см. табл. 1.1). Поскольку дефектные единицы в выборке не допускаются, то приемочное число  $C = 0$ . Тогда вероятность приемки партии будет равна:

$$P(q) = \text{Вер}(d \leq C) = \text{Вер}(d = 0) = e^{-nq}.$$

Зная закон оперативной характеристики и значение  $n = 50$ , строим, пользуясь таблицей экспоненциального распределения, соответствующую

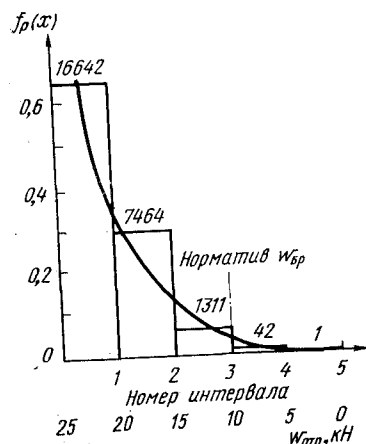


Рис. 3.4. Гистограмма и плотность вероятностей  $f_p(x)$  для точечных соединений, разрушающихся при различных усилиях отрыва  $W$ . Цифры над столбцами — число образцов, разрушившихся в указанном интервале усилий

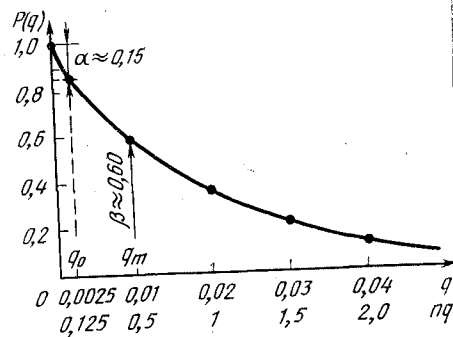


Рис. 3.5. Оперативная характеристика одноступенчатого альтернативного контроля для выборки  $n=50$  и приемочного числа  $c=0$

шего первой строке  $d=0$  в табл. ПЗ распределения Пуассона, эту оперативную характеристику (рис. 3.5). Далее, по формулам (3.7), пользуясь графиком ОХ, определяем риски  $\alpha$  и  $\beta$ :

$$\alpha = 1 - P(q_0) = 1 - 0,85 = 0,15; \quad \beta = P(q_m) = 0,60.$$

Условную достоверность  $\gamma$ , %, выборочного контроля получаем как разность между единицей и суммой рисков:

$$\gamma_{\Sigma} = 1 - (0,15 + 0,60) \cdot 100\% = 25.$$

Видим, что достоверность  $\gamma_{\Sigma}$  весьма низкая.

## 4. ДОСТОВЕРНОСТЬ КОМПЛЕКСНОЙ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА

### 4.1. Терминология

Комплексный контроль качества предусматривает в той или иной мере сочетание разных физических или физико-химических методов (как неразрушающих, так и разрушающих) и статистических методов выборочного контроля. Выше, в разделах 2 и 3, были рассмотрены понятия так называемой выборочной достоверности контроля

изделий, которая оказалась связанной с двумя параметрами: доверительной вероятностью (или надежностью)  $\gamma$  и точностью  $\delta$  интервальной оценки. При этом предполагалось, что сама информация об изделии, получаемая тем или иным методом испытаний, достоверна.

В действительности, даже при сплошном контроле, не получают 100%-ной информации о качестве объекта. Это происходит потому, что, с одной стороны, любые методы контроля связаны с погрешностями измерения или наблюдения, а с другой стороны, информация о качестве или дефектности изделий, получаемая при использовании разных физических методов контроля, отличается по форме и по содержанию (и по достоверности).

Таким образом, как правило, необходимо иметь в виду, что общая полная достоверность  $D_{\Sigma}$  комплексной оценки качества будет произведением выборочной достоверности  $\gamma$  и достоверности метода контроля  $D$ :

$$D_{\Sigma} = \gamma D. \quad (4.1)$$

Модель оценки погрешностей отдельного метода контроля мы рассмотрим ниже (см. 4.2.2), а пока обратимся к так называемой сравнительной достоверности двух методов.

Для сопоставления разных методов целесообразно выделить, априори, исходный метод контроля и сравниваемый с ним пробный метод. Исходный метод должен либо давать наибольшую полезную информацию о характерном показателе качества, либо должен быть наиболее экономичным, причем без существенной потери этой информации.

В тех случаях, когда исходный метод дает прямую информацию о качестве, условимся называть это эталонным методом. Например, для оценки дефектности наилучшим эталонным методом служит вскрытие несплошностей; для оценки статической прочности — механические испытания.

Введя эти два термина, можно в дальнейшем говорить о сравнительной достоверности пробных методов по отношению к исходному или эталонному.

Следует отметить, что выбор в качестве исходного какого-либо разрушающего метода контроля (РК), в том числе вскрытия дефектов, связан с существенными недостатками: дороговизной, трудоемкостью. Поэтому часто целесообразно за исходный принимать не отлича-

ющийся высокой достоверностью, но наиболее экономичный или распространенный на данном производстве метод неразрушающего контроля (НРК) — радиационную гамма- и рентгеновскую дефектоскопию (РГД, РРД), ультразвуковую дефектоскопию (УЗД) и другие методы НРК, которые будем называть образцовыми.

Можно принимать за образцовый тот же метод контроля, что и пробный метод, но при другой настройке чувствительности аппаратуры, другой ее комплектации, измененной методике контроля и т. п.

Указанное следует учесть также и в понятии «комплексный контроль». Комплексным можно называть в отдельных случаях не только контроль с применением методов, отличающихся по физическим признакам. В понятие «комплекс» могут входить разновидности (способы) одного и того же физического метода, существенно различающиеся между собой либо по содержанию получаемой при контроле информации, либо по другим характеристикам эффективности контроля. Под эффективностью контроля здесь следует понимать совокупность факторов, определяющих техническую применимость контроля: достоверность оценки требуемого (характерного) показателя качества, экономичность, производительность, безопасность, диапазон использования, распознаваемость дефектов, воспроизводимость результатов и т. п. (см. раздел 6).

Понятие о достоверности, но обычно без использования этого термина разработано достаточно полно только для выборочных методов контроля. В математической статистике [5, 13] давно существуют установившиеся представления о доверительном интервале и доверительной вероятности для выборочных оценок. Иногда говорят о надежности контроля в более общем значении, чем доверительная вероятность. Это нежелательно, поскольку вводит читателя в заблуждение. Тем более, что термин «надежность» как свойство изделий закреплен за конкретным понятием уже давно по ГОСТ 13377—67, а вторичное его использование с другим содержанием может вносить только путаницу.

Для большей четкости ниже дадим определения основным терминам, связанным с достоверностью. Будем понимать *информативность* контроля как характеристику объема и разнообразия (спектра) информации о выявленном качестве.

Сравнительную достоверность условимся понимать как *объективность* контроля, т. е. *степень совпадения сигналов* о качестве с *реальными* значениями его показателей. Высокая объективность предполагает частое совпадение результатов пробного метода с эталонным.

В общем случае количественно сравнительную достоверность  $D$  контроля следует рассчитывать как *вероятность принятия безошибочных решений* при оценке качества объекта или партии изделий.

Принимая всю сумму результатов измерения качества за полную группу событий (100%), ошибками контроля будем считать величину  $\Delta D = 1 - D$ . Таким образом, достоверность есть величина, обратная ошибке.

Аналогично другим вероятностным оценкам оценка достоверности может быть *точечной* и *интервальной*. Интервальная достоверность контроля — это вероятность (надежность) оценки качества при гарантированной точности или с заданными допустимыми ошибками ( $\kappa_\alpha, \kappa_\beta, \kappa_\alpha + \kappa_\beta$ ), аналогичными рискам  $\alpha$  и  $\beta$  (см. раздел 3).

Достоверность будем, как правило, связывать с конкретной нормой допустимости дефектов  $x_n$  и с определенной, например браковочной, чувствительностью  $K$  контроля. Если оба эти параметра контроля переменные, то будем использовать более нейтральное в отношении решающих правил понятие — *выявляемость* дефектов — как степень (вероятность) выявления дефектов по заданному их параметру.

*Распознаваемость* дефектов целесообразно понимать как степень (вероятность) выявления характерных различий в параметрах дефектов разного вида и типа.

Важным показателем эффективности контроля служит *воспроизводимость* его результатов, которую следует измерять как частоту (вероятность) совпадения результатов контроля в разных условиях. Воспроизводимость, по существу, может служить частной характеристикой достоверности.

## 4.2. Точечная оценка

### Оценка по альтернативному признаку

Для оценки сравнительной достоверности двух методов, исходя из числа дефектных элементов, т. е. при контроле по альтернативному признаку, целесообразно исполь-

зовать форму таблицы (табл. 4.1), которую удобно называть *матрицей достоверности* [2, 4].

По табл. 4.1 видно, что для совокупности всех возможных при двойном альтернативном контроле событий —  $n_{\Sigma}$  — имеем четыре варианта сочетаний, из которых два совпадающих решения:  $n_{\Gamma}$  — дважды годные и

Таблица 4.1

Матрица оценки сравнительной достоверности методов контроля по числу проверенных изделий (по альтернативному признаку)

| Метод контроля и оценка его результатов для $n_{\Sigma}$ | Исходный (эталонный) метод                                           |                            |                                                                  |  |
|----------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|----------------------------|------------------------------------------------------------------|--|
|                                                          | число эталонно-годных $n_{\Gamma, \Gamma} = n_{\Gamma} + n_{\alpha}$ |                            | число эталонно-негодных $n_{\Gamma, H} = n_{\Gamma} + n_{\beta}$ |  |
| Пробный метод                                            | число годных                                                         | $n_{\Gamma}$ дважды годные | $n_{\beta}$ недобраков-ка                                        |  |
|                                                          | число негодных                                                       | $n_{\alpha}$ перебраков-ка | $n_{\Pi}$ дважды негодные                                        |  |

$n_{\Pi}$  — дважды негодные, а затем два несовпадающих решения:  $n_{\text{пер}}$  — перебраковка, негодные только по пробному методу контроля и  $n_{\text{нед}}$  — недобраковка, негодные только для исходного метода контроля. Причем условная совокупность объемом  $n_{\Sigma}$  есть преднамеренная выборка из многих  $k$  партий продукции только с дефектными элементами:  $n_{\Sigma} = \sum_k qN$  (здесь  $N$  и  $q = \text{const}$ ). Эти элементы  $n_{\Sigma}$  содержат как допустимые (в элементах  $n_{\Gamma}$ ), так и недопустимые (в элементах  $n_{\Pi}$ ) дефекты.

Несовпадающие по обоим методам контроля результаты, т.е. ошибки контроля, обозначим:  $n_{\text{пер}} = n_{\alpha}$  и  $n_{\text{нед}} = n_{\beta}$ . По смыслу они соответствуют принятым в математической статистике терминам выборочного контроля. Ошибка 1-го рода, или риск поставщика:  $\alpha$ -ошибка, перебраковка. Ошибка 2-го рода, или риск потребителя:  $\beta$ -ошибка, недобраковка.

Пользуясь матрицей, можно рассчитать (табл. 4.2) показатели достоверности по предложенным ранее автором в работах [2, 4] формулам для  $D_{\Sigma}$ ,  $D_{\Sigma H}$ ,  $D(\alpha + \beta)$ ,  $D(\alpha)$  и  $D(\beta)$ , а также по вновь добавленным здесь формулам для  $D_{\Gamma}$  и  $D_{\Pi}$  (табл. 4.3).

Таблица 4.2

Матрица достоверности для сварных соединений

| Исходные данные                                     |                     |                    |                  | Расчет достоверности с учетом ошибок |                                                                 |                                                         |
|-----------------------------------------------------|---------------------|--------------------|------------------|--------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| $n_{\Sigma}=200$ стыков<br>$n_{\Sigma H}=50$ стыков | эталонный—вскрытие  |                    | $\alpha + \beta$ | $\alpha$                             | $\beta$                                                         |                                                         |
|                                                     | годен               | негоден            |                  |                                      |                                                                 |                                                         |
|                                                     | $n_{\Sigma, Г}=165$ | $n_{\Sigma, Н}=35$ |                  |                                      |                                                                 |                                                         |
| Пробный метод                                       | годен               | $n_{Г}=150$        | $n_{\beta}=5$    | $D_{\Sigma}=0,9$                     | $D_{\Sigma}(\alpha)=0,925$                                      | $D_{\Sigma}(\beta)=0,975$                               |
|                                                     | негоден             | $n_{\alpha}=15$    | $n_{Н}=30$       | $D_{\Sigma Н}=0,6$                   | $D_{\Sigma Н}^{(\alpha)}=0,66$<br>$D_{\Sigma Н}^{(\beta)}=0,35$ | $D_{Г}^{(\beta)}=0,97$<br>$D_{\Sigma Н}^{(\beta)}=0,50$ |

Примечание. У показателя  $D_{\Sigma}(\alpha + \beta)$  скобка  $(\alpha + \beta)$  для упрощения записи везде опущена, т.е.  $D_{\Sigma}(\alpha + \beta) = D_{\Sigma}$ .

Таблица 4.3

Структура формул расчета сравнительной достоверности  $D$  и ошибок  $\Delta D$  при двойном контроле по альтернативному признаку — числу дефектных элементов:  $D = \frac{\text{числитель}}{\text{знаменатель}}$

| Номер группы | Характеристика числителя                  | Для $D$ или $\Delta D$ | Числитель с учетом ошибок |                           |                          | Знаменатель                               |
|--------------|-------------------------------------------|------------------------|---------------------------|---------------------------|--------------------------|-------------------------------------------|
|              |                                           |                        | $\alpha + \beta$          | $\alpha$                  | $\beta$                  |                                           |
| 1            | Содержит $n_{\Gamma}$                     | $D_{\Sigma}(\dots)$    | $n_{\Gamma} + n_{\Pi}$    | $n_{\Sigma} - n_{\alpha}$ | $n_{\Sigma} - n_{\beta}$ | $n_{\Sigma}$                              |
| 2            | Не содержит $n_{\Gamma}$                  | $D_{\Gamma}$           | —                         | —                         | $n_{\Gamma}$             | $n_{\Gamma} + n_{\beta}$                  |
|              |                                           | $D_{\Sigma H}$         | $n_{\Pi}$                 | $n_{\Pi} - n_{\alpha}$    | $n_{\Pi} - n_{\beta}$    | $n_{\Sigma H}$                            |
|              |                                           | $D_{\Pi}$              | —                         | $n_{\Pi}$                 | —                        | $n_{\Pi} + n_{\alpha}$                    |
| 3            | Соответствует формуле достоверности $D_i$ | $\Delta D_i(\dots)$    | $n_{\alpha} + n_{\beta}$  | $n_{\alpha}$              | $n_{\beta}$              | соответствует формуле достоверности $D_i$ |

Примечание:  $D_{\Sigma}$  — «суммарная» по отношению к сумме всех элементов;  $D_{\Sigma H}$  — по отношению к сумме негодных элементов и ошибочных решений;  $D(\alpha)$ ,  $D(\beta)$  — односторонняя оценка для  $D_{\Sigma}$  и  $D_{\Sigma H}$  с учетом только одной из ошибок;  $D_{\Gamma}$ ,  $D_{\Pi}$  — для принятия отдельно решений: «годен» и «негоден»;  $D(\alpha + \beta)$  — двусторонняя оценка для  $D_{\Sigma}$  и  $D_{\Sigma H}$  с учетом обеих ошибок  $n_{\Sigma} = n_{\Gamma} + n_{\Pi} = n_{\Gamma} + (n_{\Pi} + n_{\alpha} + n_{\beta})$ .

Все указанные в табл. 4.3 восемь зависимостей для расчетов достоверности, по существу, можно рассматривать как формулы условных вероятностей. Числитель везде соответствует вероятности (или частоте) «правильных» решений, а знаменатель — вероятности всех принимаемых в расчет событий.

Если в числителе стоит сумма совпадающих решений как для годных  $n_g$ , так и для негодных  $n_n$  элементов, то мы оцениваем так называемую «суммарную» достоверность  $D_\Sigma$  с двусторонним учетом суммарной ошибки  $\Delta D = n_\alpha + n_\beta$ . Знаменатель при этом соответствует сумме всех возможных событий  $n_\Sigma$ . Если в числителе учитывать только одну из ошибок  $\alpha$  или  $\beta$  при неизменном знаменателе, то соответствующую оценку суммарной достоверности можно назвать, подобно доверительной вероятности, односторонней:  $D(\alpha)$  или  $D(\beta)$ .

Аналогично можно оценить достоверность  $D_{\Sigma n}$  принятия решений по сумме  $n_{\Sigma n}$  негодных элементов с двусторонней  $(\alpha + \beta)$  и односторонней ошибкой  $(\alpha$  или  $\beta)$ .

Представляет также интерес оценка достоверности  $D_g$  — для решения «годен» и  $D_n$  — для решения «негоден» с учетом односторонней ошибки только в знаменателе.

*Условия применения матрицы достоверности.* Приведенный в табл. 4.2 пример расчета позволяет сравнить «мощность» отдельных оценок достоверности и условия их использования. Первый показатель  $D_\Sigma$  целесообразен при оценке продукции среднего уровня ответственности. Показатели  $D_{\Sigma n}$  и  $D_n$  имеют большую «мощность», поскольку они позволяют резко выявлять ошибку по отношению к негодным элементам. В связи с этим  $D_{\Sigma n}$  и  $D_n$  целесообразны при сравнительной оценке достоверности контроля продукции высокой ответственности.

Двусторонние критерии достоверности  $D(\alpha + \beta)$  нейтральны по отношению к потребителю и поставщику. Односторонние показатели  $D(\beta)$  и  $D_g$  полезны главным образом в тех случаях, когда необходима более точная оценка интересов потребителя, а  $D(\alpha)$  и  $D_n$  — при оценке интересов поставщика.

Анализ формул и примера (табл. 4.2, 4.3) позволяет оценить важность единой согласованной методики расчетов достоверности. Ошибки при разных методиках могут различаться в десятки раз, что существенно влияет

на объективность выбора того или иного метода контроля.

При работе с матрицей достоверности и формулами табл. 4.3 следует иметь в виду ограниченность некоторых формул в предельных случаях, например: 1) когда пробный метод, УЗД, не дает информации о недопустимых дефектах или 2) о дефектах вообще (возможно из-за неисправности прибора). В первом случае, когда  $n_n = 0$ , нельзя применять формулы второй группы для  $D_{\Sigma n}$  и  $D_n$ , а во втором случае, когда  $n_n = 0$  и  $n_\alpha = 0$ , нельзя применять какие-либо формулы из табл. 4.3 вообще, так как матрица бессмысленна при наличии только одного метода из двух. Ошибочное применение формулы для  $D_\Sigma$  при  $n_n = 0$  и  $n_\alpha = 0$  может привести к абсурдному выводу о том, что при выключенном приборе достоверность повышается.

Следует также отметить, что нельзя путать достоверность обнаружения недопустимых дефектов с показателями  $D_{\Sigma n}$  и  $D_n$ , рассчитанными по отношению к числу этих дефектов  $n_{\Sigma n}$  и  $n_n$ . Легко видеть, что крупные дефекты, являющиеся обычно недопустимыми, могут быть обнаружены с гораздо большей достоверностью, чем мелкие (см. рис. 4.2).

Учитывая то, что здесь мы рассматриваем только альтернативную оценку, нельзя ожидать по приведенной выше матрице «видовой» оценки дефектов, т. е. учета опасности разного вида дефектов. В то же время и матрицу, и формулы табл. 4.1—4.3 можно использовать не только для числа контролируемых элементов, но также и для числа дефектов того или иного вида (или типа). Тогда ее следует называть соответственно матрицей сравнительной выявляемости трещин, пор, включений или разных типов дефектов: объемных, плоских, удлиненных и др. Такие матрицы позволяют отдельно оценить достоверность контроля по той или иной характеристике дефектов.

Точность оценки достоверности тем выше, чем больше число измерений. Желательно, чтобы знаменатель в выражениях для  $D_\Sigma$  и  $D_g$  был не менее 20—30, а в выражениях для  $D_{\Sigma n}$  и  $D_n$  — не менее 10—12 (поскольку обычно  $n_n \ll n_g$ ). Если такое условие обеспечено, например доля брака  $B < (0,1—0,2)$ , то оценки достоверности по первой группе формул табл. 4.3 ( $D_\Sigma$  и  $D_g$ ) близки между собой, но значительно выше, чем оценки

второй группы  $D_{\Sigma n}$  и  $D_n$ . Поэтому при практических расчетах следует выбирать обычно два критерия: один из первой, а один из второй группы формул. Можно также использовать вместо достоверности ее обратное значение  $\Delta D = 1 - D$  и применять только третью группу формул из табл. 4.3. В исследовательских работах до тех пор, пока не будет накоплен достаточный статистический материал по оценке достоверности, есть смысл анализировать в опытным порядком разные возможные варианты расчетов.

*Анализ формулы Байеса для оценки достоверности.* Практически критерием сравнения и классификации приведенных в табл. 4.3 формул достоверности служит выражение для ошибки  $\Delta D$ , которое позволяет отнести ту или иную формулу к варианту односторонней или двусторонней оценки. Однако более корректен анализ приведенных зависимостей, исходя из формулы Байеса.

Формула условной вероятности Байеса (формула гипотез) в удобной для нас форме имеет вид [5, 13]:

$$P(x_i|y_i) = \frac{P(x_i) P(y_i|x_i)}{\sum_{i=1}^n P(x_i) P(y_i|x_i)}, \quad (4.2)$$

где  $x_i$  — событие, заключающееся в том, что изделие, по результатам исходного метода контроля, находится в  $i$ -том состоянии: эталонно-годном или эталонно-негодном;  $y_j$  — событие, заключающееся в выдаче  $j$ -того результата пробного метода контроля;  $i=1, 2, \dots, n$ ;  $j=1, 2, \dots, n$  — номера возможных результатов контроля; в нашем случае двальтернативного контроля  $i=1, 2$ ;  $j=1, 2$ ;  $P(x_i)$ ,  $P(x_i|y_j)$ ,  $P(y_j|x_i)$  — вероятности появления соответствующих событий.

Выражения табл. 4.3, рассматриваемые как частный случай формулы Байеса, могут быть интерпретированы следующим образом, если принять, что  $i=1$  — это состояние «годен», а  $j=2$  — «негоден»

$$P(x_i) P(y_i|x_i) = n_{a,r} - n_{\alpha} = n_r; \quad (4.3)$$

$$P(x_j) P(y_j|x_j) = n_{a,n} - n_{\beta} = n_n; \quad (4.4)$$

$$P(x_i) P(y_j|x_i) = n_{\alpha}; \quad (4.5)$$

$$P(x_j) P(y_i|x_j) = n_{\beta}. \quad (4.6)$$

Подставляя значения  $n_i$  из формул (4.3) — (4.6) в общую формулу Байеса, можем получить расчетные формулы, указанные в табл. 4.3.

*Достоверность контроля партии.* Определив достоверность  $D$  метода по совокупности дефектных элементов  $n_{\Sigma}$ , можно перейти к достоверности  $D_N$  контроля конкретной производственной партии  $N$  изделий данным методом. Имеется в виду, что контроль сплошной (100%).

Если доля дефектных изделий в партии  $q$ , а доля годных  $p=1-q$ , то относительная погрешность с учетом обеих ошибок  $\alpha$  и  $\beta$  будет

$$\Delta D_N = q \Delta D.$$

Имея в виду, что  $D=1-\Delta D$ , далее получаем

$$D_N = 1 - (1 - D)(1 - p) = p + D(1 - p) = p + Dq. \quad (4.7)$$

Для примера, указанного в табл. 4.2, рассчитаем достоверность контроля партии, если ее засоренность дефектами  $q_{\Sigma}=0,2$ . Тогда  $p_{\Sigma}=1-q_{\Sigma}=0,8$ , и получаем  $D_N = p_{\Sigma} + D_{\Sigma} q_{\Sigma} = 0,8 + 0,9 \cdot 0,2 = 0,98$ .

Легко показать, что значение достоверности  $D_N$  должно получиться тем же самым, если его рассчитывать через  $D_{\Sigma n}$ , а не через  $D_{\Sigma}$ .

Тогда  $q_{\Sigma n}$ , т. е. засоренность партии недопустимыми дефектами получим следующим образом:  $q_{\Sigma}/q_{\Sigma n} = \Delta D_{\Sigma n}/\Delta D_{\Sigma}$ , откуда  $q_{\Sigma n} = q_{\Sigma} \cdot \Delta D_{\Sigma} / \Delta D_{\Sigma n} = 0,2 \cdot 0,1/0,4 = 0,05$ .

Соответственно  $D_N = p_{\Sigma n} + D_{\Sigma n}/q_{\Sigma n} = 0,95 + 0,6 \cdot 0,05 = 0,98$

Оба результата, как видим, совпали.

Завершая раздел об альтернативной оценке достоверности, следует сделать еще раз общее замечание о том, что всякая оценка достоверности имеет смысл только при доброкачественной (или добросовестной) исходной информации и адекватных реальности показателей качества. Если же исходная информация собрана необъективно или показатели качества неудачны, то количественная оценка достоверности, как и всякая статистика, принесет вред, а не пользу.

#### Оценка по количественному признаку

Изложенный выше первый путь оценки достоверности — двальтернативный контроль — пригоден при возможности использования одновременно двух методов контроля: пробного и эталонного. Этот путь не требует

знания генеральных характеристик статистических распределений контролируемых параметров, но связан с необходимостью четкой локализации размеров партий и выборок. В то же время эти партии могут быть сравнительно небольшими.

Если применение дублирующего исходного метода контроля затруднено или невозможно, следует искать другие пути оценки достоверности контроля.

Второй путь, как будет показано ниже, связан с моделированием условной границы раздела продукции на годную и негодную. При этом требуется знать вид распределения дефектности и характеристику выявляемости дефектов. Далее необходимо смоделировать схему расчета и найти ошибки контроля первого и второго рода. Тогда можно будет рассчитать достоверность как величину, обратную ошибкам:  $D=1-\Delta D$ .

Второй подход затруднителен при отсутствии априорных характеристик генеральной совокупности и малых выборках. Однако в тех случаях, когда имеется массовая или серийная продукция с устойчивой технологией, то даже при контроле по альтернативному признаку можно получить распределения для параметров дефектности или для доли брака. Например, число или доля дефектных изделий в выборке описывается биномиальным или распределением Пуассона. При большом статистическом материале биномиальное и распределение Пуассона тоже, как известно, приближаются к нормальному закону. Следует отметить, что  $x$  (дефектность) здесь может измеряться по-разному и понимается как параметр засоренности контролируемых элементов дефектами. Методику оценки и размерность дефектности оговаривают в каждом отдельном случае (мм, мм<sup>2</sup>, %).

В тех случаях, когда критерием оценки результатов контроля служит не число дефектов или дефектных элементов (стыков, изделий), а значение дефектности каждого контролируемого элемента, то в расчетной модели оценки достоверности следует учитывать введенную в работе [4] так называемую оперативную характеристику контроля  $L(x)$  или ее разновидность — функцию выявляемости дефектов  $W(x)=1-L(x)$ .

Функцией выявляемости  $W_i(x)$  мы будем называть кривую, показывающую степень (вероятность) выявления данным методом и средствами контроля дефектов заданных размеров  $x_i$  (рис. 4.1). Форма кривых  $W_i(x)$

всегда будет иметь такой вид. Величину «размаха» кривой  $\pm \Delta x$  логично полагать зависящей от реальной чувствительности контроля и от размера дефектов (или другого параметра дефектности). Для дефектов большого размера или площади кривая выявляемости  $W_2(x)$  может быть круче, а размах  $\Delta x$  меньше, чем для мелких дефектов. Кроме того, из-за разной относительной чувствительности контроля кривая  $W(x)$  может быть «несимметрична» по размаху  $\Delta x$ . Это связано также с применяемой при УЗ-контроле отсечкой слабых сигналов (отсечка мелких дефектов).



Рис. 4.1. Характер кривых выявляемости  $W_i(x)=W(x)$  для дефектов заданного размера  $x_i$

Если учитывать все обнаруживаемые дефекты любых размеров, то кривая их суммарной выявляемости  $W_\Sigma(x)$  будет иметь вид восходящей экспоненты (рис. 4.2, а). Граничный размер наименьшего выявляемого дефекта

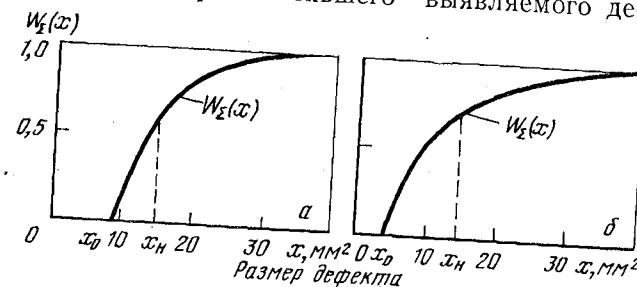


Рис. 4.2. Кривые суммарной выявляемости  $W_\Sigma(x)$  дефектов разной площади в сварных швах стыковых соединений толщиной 40 мм различными методами:

а — УЗ-контроль,  $W_\Sigma(x)=1-\exp[-0,17(x-9)]$ ; б —  $\gamma$ -контроль,  $W_\Sigma(x)=1-\exp[-0,12(x-6)]$

$x_0$  входит в показатель экспоненты и зависит от чувствительности метода контроля.

Уравнение экспоненты, хорошо описывающей кривую  $W_\Sigma(x)$  (по опытным данным В. Г. Лупачева), имеет вид:

$$W_\Sigma(x)=1-\exp \lambda(x-x_0).$$

(4.8)

В частном «идеальном» случае кривая  $W_i(x)$  может быть найдена как интегральная функция  $F_B(x)$  для кривой ошибок, являющейся плотностью  $f_B(x)$  нормального распределения (рис. 4.3, а). В свою очередь кривые ошибок  $f_B(x)$  и  $f_B(y)$  соответствуют плотностям условных распределений  $f(y|x)$  и  $f(x|y)$ , которые могут быть

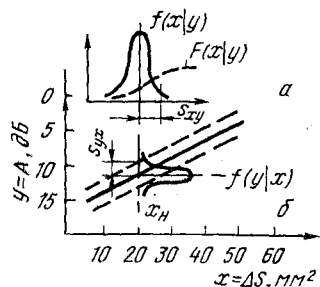


Рис. 4.3. Получение кривой выявляемости  $F_B(x)$  как интегральной функции кривой ошибок  $f_B(x) = f(x|y)$  (а), определяемой из регрессии (б), которая связывает амплитуду  $|y|$  УЗ-сигналов от дефектов с их реальной площадью  $x$

определены по уравнению линейной регрессии ( $y = a + bx$ ). Регрессия отражает корреляционную связь между сигналами от дефектов  $y$  и реальными значениями их параметров  $x$  (см. рис. 4.3, б).

Функции  $f_B(x)$  и  $F_B(x)$  определяют по данным достаточно большого числа экспериментов, как это было показано автором подробно в работе [3]. Пример, приведенный на рис. 4.3, соответствует УЗ-контролю и последующему вскрытию стыков стержней диаметром 16 мм, сваренных в тавр с пластиной дуговым способом.

Уравнение регрессии имеет вид  $y = c + dx = -18 + 0,3 \Delta S$ , а коэффициент корреляции 0,93. Дисперсия регрессии в диапазоне нормируемой дефектности принята постоянной:  $s_{yx}^2 = \text{const}$ . Это вполне допустимо в данном примере, так как размер  $x_H$  локализован в узком интервале значений.

### Оперативная характеристика метода контроля

Обнаружение дефектов (в толковании понятия «дефект» согласно ГОСТ 17102—71) связано с забракованием продукции. Поэтому по аналогии с терминами статистического приемочного контроля (см. раздел 3) целесообразно ввести понятие оперативной характеристики метода контроля — ОХМК. Оперативная характеристика  $L(x)$ , как выше обозначено, по смыслу обратна функции выявляемости  $W(x)$  [индекс  $i$  далее в обозначении  $W(x)$  опущен]. Действительно,  $W(x)$  тем больше, чем больше выявлено дефектов, а при всех выявленных дефектах

$W(x) = 1$ . Наоборот, вероятность приемки этих изделий  $L(x) = 0$ , когда все недопустимые дефекты выявлены.

Если задана граница допустимости дефектов, то оперативная характеристика отражает связь вероятности приемки  $L(x)$  с величиной обнаруженной дефектностью  $x$ :

$$L(x) = 1 - W(x) \approx 1 - F_B(x).$$

(4.9)

Правильнее называть обе функции  $L(x)$  и  $W(x)$  оперативными характеристиками ОХ метода контроля. Тогда  $L(x) = L_1(x)$  есть ОХ приемки, а  $W(x) = L_2(x)$  есть ОХ выявления (обнаружения) дефектов. Однако, поскольку в дефектоскопии термин «оперативная характеристика»

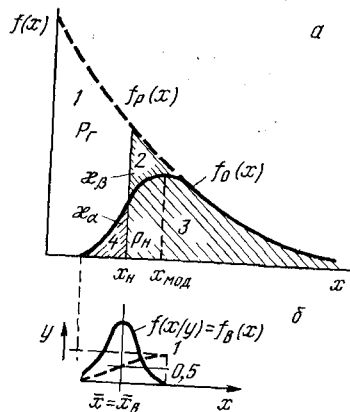


Рис. 4.4. Схема формирования распределения обнаруженных дефектов  $f_0(x) = \phi(x)$  как композиции плотности распределения  $f_p(x)$  реальных дефектов (а) и кривой выявляемости  $W(x)$  (б)

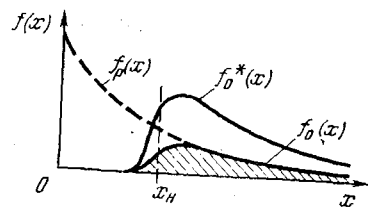


Рис. 4.5. Плотности нормированных  $f_0^*(x)$  и ненормированных  $f_0(x)$  распределений обнаруженных дефектов

еще не привился, мы оставляем разные названия для  $L(x)$  и  $W(x)$ .

Характеристика обнаружения дефектов  $W(x)$  и оперативная характеристика  $L(x)$  отражают только возможности метода контроля, как такового, т. е. в поле равномерного распределения дефектности, но без учета распределения реальных дефектов  $f_p(x)$  в изделиях. В работах [3, 4] показано, что наиболее распространенной моделью  $f_p(x)$  в сварных соединениях и в металле может служить экспонента  $f_p(x) = \lambda \exp(-\lambda x)$ .

Композиция кривых  $W(x)$  или  $F_B(x)$  и  $f_p(x)$  дает распределение обнаруживаемых дефектов с плотностью  $f_0(x)$  (рис. 4.4, а):

$$f_0(x) = f_p(x) W(x).$$

(4.10)

Если приведенное в (4.10) выражение для плотности  $f_o(x)$  нормировать относительно новой области его реализации, то это вызовет появление в знаменателе интеграла:

$$f_o^*(x) = \frac{f_p(x) W(x)}{\int_0^\infty f_p(x) W(x) dx} \quad (4.11)$$

Полученное распределение  $f_o^*(x)$  может быть аппроксимировано кривой Вейбулла, что приведено в работах [3, 4—16] при оценке вероятностей обнаружения дефектов, больших  $x_n$ . Однако при оценке достоверности удобнее вести расчет графически. Когда это практически приходится делать, то надо иметь в виду другой масштаб изображения нормированных распределений (рис. 4.5).

Возвращаясь вновь к рис. 4.4, отметим, что в частном случае нормативная граница  $x_n$  и средняя настройка чувствительности контроля (или дефектоскопа)  $x_b$  совпадают, т. е.  $x_n = x_b$ . Тогда все поле дефектности делится «решающими линиями» на четыре области: не обнаруженные (1 и 2) дефекты — допустимые (1) или недопустимые (2) и обнаруженные (3 и 4) дефекты — недопустимые (3) и допустимые (4).

Область 1 и вероятность  $p_r$  наличия годных элементов характеризуют общую засоренность объекта малозначительными дефектами. Область 3 и вероятность  $p_n$  отражают, с одной стороны, наличие негодных элементов, т. е. качество технологии (пологая или крутая экспонента). Но с другой стороны,  $p_n$  отражает и особенности контроля — по степени «усечения» 3-й области кривой выявляемости.

Области ошибок 2 и 4 соответствуют вероятностям  $\kappa_\beta$  и  $\kappa_\alpha$  и аналогичны риску потребителя ( $\beta$ ) и поставщика ( $\alpha$ ).

Каждое из четырех решений, принимаемых в процессе контроля, может быть оценено своей достоверностью, связанной с величинами соответствующих областей.

При наличии одного фиксированного значения  $x_n$  — нормы допустимости дефектов — возможна только альтернативная оценка достоверности контроля. Например, при  $x_n = \bar{x}$  ошибки контроля практически равны между собой:  $\kappa_\alpha = \kappa_\beta$ . При  $x_n > \bar{x}$  имеем  $\kappa_\beta < \kappa_\alpha$ . При  $x_n < \bar{x}$ , наоборот  $\kappa_\beta > \kappa_\alpha$ .

Пользуясь схемой рис. 4.6, в, можно вывести формулы для оценки достоверности, аналогичные по смыслу ранее приведенным в табл. 4.3. При этом следует иметь в виду, что сумме всех дефектных элементов  $n_\Sigma$  (см. табл. 4.1—4.3 и рис. 4.4) соответствует вероятность  $p_\Sigma = 1$ , а каждому  $n(n_r, n_n, n_\alpha, n_\beta, n_{\alpha,r}, n_{\alpha,n})$  отвечают вероятности  $p$  с теми же индексами и с аналогичным содержанием:

$$p_\Sigma = \int_0^{x_n} f_p(x) dx + \int_{x_n}^\infty f_p(x) dx = p_{\Sigma r} + p_{\Sigma n}; \quad (4.12)$$

$$p_n = \int_{x_n}^\infty f_o(x) dx = p_{\Sigma n} - \kappa_\beta; \quad (4.13)$$

$$p_r = p_{\Sigma r} - \kappa_\alpha = p_\Sigma - p_{\Sigma n}. \quad (4.14)$$

Используя эти формулы, схему рис. 4.3 и табл. 4.3, получаем выражения для оценки достоверности по количественному признаку:

$$\begin{array}{cccc} D_\Sigma & D_{\Sigma n} & D_r & D_n \\ 1 - (\kappa_\alpha + \kappa_\beta) & p_n/p_{\Sigma n} & p_r/(p_r + \kappa_\beta) & p_n/(p_n + \kappa_\alpha) \end{array} \quad (4.15—4.18)$$

Для примера альтернативной оценки достоверности сварных соединений (см. табл. 4.2) проведен графический расчет по количественному признаку в соответствии с цифрами и схемой, указанными на рис. 4.4. Окончательные результаты расчета оказались, естественно, теми же самыми:  $D_\Sigma = 90\%$ ,  $D_{\Sigma n} = 60\%$ . Однако, согласно схеме рис. 4.4, можно иметь ценную дополнительную информацию о размерах и распределении дефектов. Эта информация необходима для регулирования технологии, а также для оценки надежности изделий, обладающих распределениями дефектности  $f_p(x)$  и  $f_o(x)$ .

#### 4.3. Интервальная оценка достоверности

Оценка достоверности по количественному признаку должна давать ответ на вопрос — какова вероятность пропуска  $\kappa_\beta$  или ложного обнаружения  $\kappa_\alpha$  дефектов,

отличающихся от нормативного размера на определенную величину  $x_n \pm \xi$ . Для решения этого вопроса оценка достоверности должна быть не точечной  $x = x_n$ , а интервальной  $x_0 < x_n \leq x_m$ .

Для наглядности представления ошибок контроля и возможности их графической оценки оперативная характеристика (рис. 4.6, а)

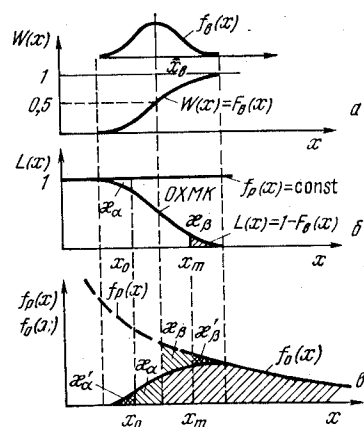


Рис. 4.6. Модель интервальной оценки достоверности по количественному признаку:

а — кривые выявляемости  $f_D(x)$  и  $F_D(x)$ ; б — оперативная характеристика  $L(x)$  метода контроля; в — распределения  $f_p(x)$  и  $f_0(x)$

совмещена с полем равномерного распределения реальных дефектов  $f_p(x) = \text{const}$  и с полем экспоненциального распределения (рис. 4.6, в). Тогда заштрихованные площади правее  $x_m$  и левее  $x_0$  отражают интервальные ошибки контроля  $\kappa'_\beta$  и  $\kappa'_\alpha$ .

Формулы для расчета достоверности при интервальной ее оценке можно написать по аналогии с предыдущими (4.15) — (4.18), заменив  $\kappa_\beta$  и  $\kappa_\alpha$  на их значения со штрихом, а  $p_n$  и  $p_t$  (учтя необходимость замены пределов интегрирования) соответственно на  $x_m$  и  $x_0$ .

Если принять для условий рассмотренного ранее примера  $x_m = 24$ ,  $x_0 = 16$ , то графическая оценка показывает  $D_\Sigma \approx 0,99$ ;  $D_{\Sigma n} = 0,9$ . На схеме рис. 4.6, в хорошо видна разница в ошибках контроля, которые гораздо меньше при интервальной оценке, чем при точечной:  $\kappa'_\alpha < \kappa_\alpha$ ;  $\kappa'_\beta < \kappa_\beta$ .

Таким образом, интервальная форма назначения норм допустимости дефектов ( $x_m - x_0$ ) позволяет существенно повысить достоверность оценки результатов контроля. Однако для введения этих интервальных норм следует решить комплекс вопросов по обоснованию браковочного  $x_m$  и приемочного  $x_0$  значений дефектности. Это возможно только на базе учета вероятностных моделей расчета норм допустимости дефектов: эксплуатационной, технологической и других, приведенных ниже.

Следует отметить, что на схемах рис. 4.4—4.6 условно показано  $x = x_n$ , причем ошибки контроля симметричны относительно  $x_n$ . В общем случае  $\bar{x} \neq x_n$ , и можно говорить о запасе чувствительности  $\Delta x = x_n - \bar{x}$ . Этот запас может быть как положительным (рис. 4.7, а), при-

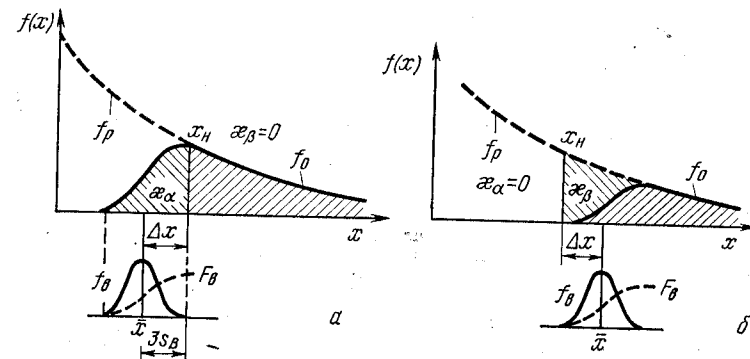


Рис. 4.7. Изменение достоверности контроля при разных запасах чувствительности  $\Delta x$ :

а — положительном  $\Delta x = 3\sigma_B$ ;  $\kappa_\beta = 0$ ; б — отрицательном  $\Delta x = -3\sigma_B$ ;  $\kappa_\alpha = 0$

водящим к перебраковке, так и отрицательным (рис. 4.7, б), приводящим к недобраковке.

Указанные выше оценки достоверности контроля учитывают совокупно четыре фактора:

статистическое распределение дефектов (экспоненту  $f_p$ );

значение нормы дефектов  $x_n$  (или  $x_m$ ,  $x_0$ );

запас чувствительности контроля  $\Delta x$ ;

погрешности метода контроля  $f_B$  или  $F_B$ .

При сравнении разных методов контроля между собой для простоты можно анализировать только последний из перечисленных факторов — погрешность метода, зависящую от его оперативной характеристики  $L(x)$ .

Из рис. 4.6 и 4.7 видно, что главной характеристикой погрешностей метода может служить дисперсия  $\sigma^2 = \sigma_B^2$  оперативной характеристики.

Еще более логично использовать коэффициент вариации (или короче «вариацию»)  $v = \sigma/\bar{x}$ .

Как показали представительные эксперименты, для отдельных видов продукции в диапазоне размеров дефектности, близком к нормативным, может сохраняться постоянство этой дисперсии. Например, в стыках стержней при реальных площадях  $S$  дефектов от  $S_{\min}=50 \text{ мм}^2$  до  $S_{\max}=300 \text{ мм}^2$  (вскрытых впоследствии) получено, по данным УЗ-контроля,  $S=\text{const}=2,5 \text{ дБ}$ .

Соответственно вариация составила для  $S_{\min}=S_1$ ;  $v_1=2,5$ ; для  $S_{\max}=S_2$ ;  $v_2=0,1$ .

Из экспериментов ясно, что размеры крупных дефектов можно выявить со значительно меньшей относительной погрешностью, чем размеры мелких дефектов. Таким образом, вариация погрешностей служит объективной оценкой ошибок  $\Delta D$  достоверности метода контроля.

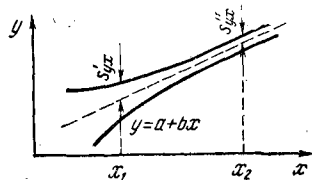


Рис. 4.8. Качественная картина роста дисперсии в линейной регрессии «сигнал — дефект» для широкого диапазона изменения дефектности  $x$

При более широком диапазоне изменения дефектности считать  $\sigma$  и  $\sigma^2=\text{const}$  нельзя. Для малых размеров дефектов дисперсия, как правило, возрастает. При УЗ-контроле из-за помех, соизмеримых с сигналами от дефектов, это увеличение наиболее заметно. С учетом сказанного регрессия  $Y(x)$  «сигнал-дефект» имеет дисперсию, сужающуюся к большим размерам  $x$  (рис. 4.8). Это же явление роста дисперсии для малых дефектов было отражено видом кривых выявляемости  $W(x)$  (см. рис. 4.1).

Кроме перечисленных основных критериев достоверности, иногда рационально использовать статистические коэффициенты для сравнения между собой разных методов контроля. Достаточно проста методика сравнения пробных методов контроля с исходными при помощи коэффициентов сравнительной статистической выявляемости дефектов — дифференциального  $\theta_f$  и интегрального  $\theta_F$ . При этом для заданного размера дефектов  $x=x_i$  имеем:

$$\theta_f(x=x_i) = f_1(x)/f_2(x); \quad \theta_F(x=x_i) = F_1(x)/F_2(x).$$

Для расчетов подобных показателей при конкретных значениях  $x_i=x_n$  необходимо знать распределение  $f_0(x)$  значений дефектности, обнаруженной обоими (1-м и 2-м) сравниваемыми методами контроля.

#### 4.4. Гамма-процентный показатель качества

В ряде задач необходимо с заданной достоверностью оценить отношение двух величин, например показателей качества  $R$  основного металла и  $w$  — металла сварного шва. Пользуясь обычным отношением средних значений  $\bar{w}/\bar{R}$ , нет возможности учесть достоверность подобной оценки, так как дисперсии величин  $w$  и  $R$  могут быть существенно различными. Целесообразно вероятностно равнонадежности (равнопрочности) сварного соединения и основного металла оценивать по гамма-процентным показателям качества сварных соединений:

$$Q_\gamma = w_\gamma / R_\gamma,$$

(4.19)

где  $w_\gamma$ ,  $R_\gamma$  — гамма-процентные характеристики сварного соединения и основного материала (предел прочности, предел выносливости и т. д.), обеспечиваемые с какой-то заданной вероятностью (см. рис. 4.9).

Значения  $w_\gamma$  и  $R_\gamma$  соответствуют равновеликим площадям под кривыми распределения  $w$  и  $R$ :

$$\int_0^{w_\gamma} f(w) dw = \int_0^{R_\gamma} f(R) dR.$$

В качестве  $R_\gamma$  для прочностных показателей можно брать нормативные значения, установленные стандартами и ТУ для данной марки металла. В этом случае вероятность  $\gamma$  превысить нормативный уровень будет одинакова как для сварных соединений, так и для основного металла. Такой подход удобен при сложившейся практике прочностных расчетов. Однако следует отметить, что нормативные значения  $R_\gamma$  не отвечают какой-то определенной вероятности их реализации. Эта вероятность различна как в отдельных плавках металла, так

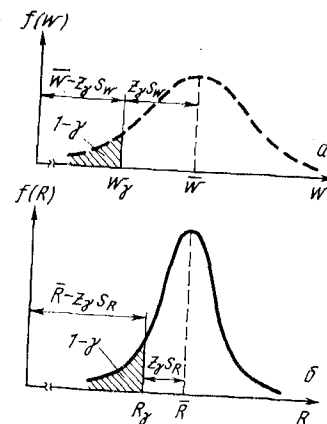


Рис. 4.9. Схема расчета показателя  $Q_\gamma$  относительной прочности при заданной достоверности  $\gamma$ :  $a$  — распределение прочности  $w$  для сварного соединения;  $b$  — то же, для основного металла  $R$

и в продукции разных заводов [3, 14]. Для достоверного определения нормативных пределов прочности необходимы испытания металла для получения его статистических характеристик и введение этих характеристик  $(\bar{x}, R_{\gamma}, \sigma_x)$  в стандарты на металл.

Другой подход к определению  $Q_{\gamma}$  связан с назначением определенной вероятности  $\gamma$  (0,90; 0,95; 0,99). Этот подход удобен при отсутствии стандартных нормативных пределов для металла, а также при оценке влияния технологии и контроля качества сварных соединений по разрушающим испытаниям.

Если закон распределения как  $\omega$ , так и  $R$  нормальный, то формула (4.19) примет вид:

$$Q_{\gamma} = \frac{\bar{\omega} - z_{\gamma} s_{\omega}}{\bar{R} - z_{\gamma} s_R}, \quad (4.20)$$

где  $\bar{\omega}$  и  $\bar{R}$  — средние значения величин, характеризующих несущую способность сварного соединения и основного металла;  $s_{\omega}$  и  $s_R$  — эмпирические средние квадратические отклонения величин  $\omega$  и  $R$ ;  $z_{\gamma}$  — квантиль нормального распределения, соответствующий вероятности  $\gamma$ .

Если показатель качества сварных соединений определяется по средним значениям как  $\bar{Q} = \bar{\omega}/\bar{R}$ , то он связан с  $Q_{\gamma}$  соотношением

$$Q_{\gamma} = \bar{Q} \left( \frac{1 - z_{\gamma} v_{\omega}}{1 - z_{\gamma} v_R} \right), \quad (4.21)$$

где  $v_{\omega}$  и  $v_R$  — коэффициенты вариации значений  $\omega$  и  $R$ .

По формуле (4.21) можно оценить возможную ошибку от использования вместо  $Q_{\gamma}$  показателя  $\bar{Q}$ , который часто используют на практике.

#### 4.5. Достоверность разбраковки

В ряде случаев контроль металлопродукции проводят в несколько этапов при разных уровнях чувствительности. В частности, при ультразвуковом контроле сварных швов используют два (или три) уровня чувствительности. Например, на повышенной «поисковой» чувствительности регистрируют наличие сигналов от дефектов, а затем на «заглубленной» браковочной чувствительности разделяют дефекты на допустимые и недопустимые.

Достоверность такого двухэтапного контроля можно определить, пользуясь следующей моделью (рис. 4.10):

1) на поисковой чувствительности определяем функцию  $W_{\Sigma}(x)$  суммарной выявляемости дефектов (рис. 4.10, а) всех размеров, больших  $x_0$ , где  $x_0$  — наименьший обнаруживаемый дефект;

2) на браковочной чувствительности определяем функцию  $W_i(x) = F_B(x)$  выявляемости дефектов нормативного размера  $x_n$  (см. рис. 4.3 и 4.6). Затем получаем оперативную характеристику разбраковки  $L(x) = 1 - F_B(x)$  (рис. 4.10, б);

3) пользуясь известным распределением естественных дефектов с плотностью  $f_p(x)$  как исходным получаем: плотность распределения  $f_{оп}(x)$  обнаруженных на поисковой чувствительности дефектов и затем плотность распределения  $f_{об}(x)$  дефектов, разбракованных на браковочной чувствительности.

Все три полученные кривые плотностей  $f_p$ ,  $f_{оп}$  и  $f_{об}$  в сочетании с граничной прямой  $x_n = \text{const}$  позволяют сформировать модель оценки ошибок разбраковки:

$\kappa_{\alpha}$  (ПБ),  $\kappa_{\beta(п)}$  и  $\kappa_{\beta(б)}$  (рис. 4.10, в). На этой модели появились по сравнению с прежними моделями (см. рис. 4.3 и 4.6) новые обозначения, причем параметры, относящиеся соответственно к поисковой и к браковочной чувствительности, имеют индексы «П» и «Б»:  $p_{г.б}$ ,  $p_{н.б}$  — вероятности правильной браковочной оценки ранее обнаруженных допустимых и недопустимых дефектов;  $\kappa_{\beta(п.б)} = \kappa_{\beta(п)} + \kappa_{\beta(б)}$  — полная вероятность недобраковки при двухэтапном контроле;  $\kappa_{\alpha(п.б)}$  — полная вероятность перебраковки;  $\kappa_{\beta(б)}$  — недобраковка на втором этапе контроля;  $\kappa_{\beta(п)}$  — вероятность невыявления не-

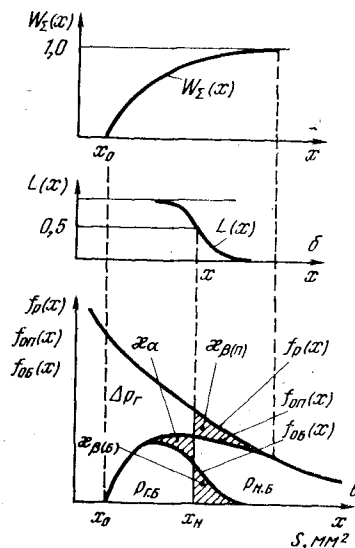


Рис. 4.10. Схема к примеру расчета достоверности при разбраковке сварных соединений по результатам УЗ-контроля:

а — функция  $W_{\Sigma}(x)$  суммарной выявляемости дефектов разных размеров; б — оперативная характеристика разбраковки дефектов; в — вероятностная модель достоверности разбраковки

допустимых дефектов (на первом поисковом этапе). Основные обозначения ясны из рисунка.

На основе данной модели получаем следующие основные формулы оценки достоверности двухэтапного контроля:

$$D_{\Sigma} = p_{Г.Б} + p_{Н.Б} + \Delta p_{Г} = 1 - \Sigma \kappa; \quad (4.22)$$

$$D_{Г} = \frac{p_{Г.Б}}{p_{Г.Б} + \kappa_{\alpha(П.Б)}}; \quad (4.23)$$

$$D_{Н} = \frac{p_{Н.Б}}{p_{Н.Б} + \kappa_{\beta(П.Б)}}. \quad (4.24)$$

Можно также выразить информативность контроля на поисковой чувствительности:

$$I_{П} = p_{Г.Б} + p_{Н.Б} + \kappa_{\alpha(П.Б)} + \kappa_{\beta(Б)}. \quad (4.25)$$

Пример 4.1. Конкретные результаты расчетов достоверности по описанной модели были получены В. Г. Лупачевым по данным статистического анализа более 30000 участков сварных швов в производственных условиях. Исследовали многопроходные стыковые швы из листов низколегированной стали толщиной 20—40 мм. Применяли гамма-графирование (изотоп  $^{192}\text{Ir}$ ) и ультразвуковой контроль на разных уровнях поисковой и браковочной чувствительности. Проводили также вскрытие дефектов, что позволило установить уравнение кривой  $f_p(x)$  и значения всех остальных параметров модели оценки достоверности. Критерием сравнения методов между собой служила площадь обнаруженных дефектов, мм<sup>2</sup>.

Основные результаты приближенного графо-аналитического расчета достоверности приведены ниже (индексы П, Б опущены):

|                      | $D_{\Sigma}$ | $D_{Г}$ | $D_{Н}$ | $I$  | $\kappa_{\alpha}$ | $\kappa_{\beta}$ |
|----------------------|--------------|---------|---------|------|-------------------|------------------|
| УЗ-контроль . . . .  | 0,95         | 0,80    | 0,72    | 0,20 | 0,02              | 0,04             |
| Гамма-контроль . . . | 0,90         | 0,81    | 0,64    | 0,30 | 0,03              | 0,05             |

Для данных толщины металла и условий испытаний УЗ-контроль оказался несколько достовернее в отношении выявления недопустимых дефектов.

### Физическая структура достоверности

Структура достоверности контроля и ее значение зависят от конкретных физических средств и методов контроля. Однако достоверность  $D$ , вычисленная по любой расчетной модели  $D_{\Sigma}$ ,  $D_{Г}$  или  $D_{Н}$ , является произведением, по крайней мере, двух составляющих: методической  $D_{м}$ , зависящей от объекта контроля, и ин-

струментальной  $D_{и}$ , т. е.  $D = D_{м} \cdot D_{и}$ . Инструментальная составляющая в свою очередь состоит из двух независимых частей. Одна из них зависит от точности контроля  $D_{т}$  (погрешности измерений), а вторая — от надежности работы аппаратуры (системы) контроля  $D_{а}$ .

Кроме того, причиной ошибок может быть изменение параметров аппаратуры во времени, что учитывает сомножитель  $D_{в}$ . Например, в приборах с изотопным источником  $D_{в}$  изменяется во времени по экспоненте согласно кривой распада изотопов.

Таким образом, в общем случае структура достоверности имеет вид:

$$D = D_{м} \cdot D_{и} \cdot D_{в} = D_{м} \cdot (D_{т} \cdot D_{а}) \cdot D_{в}$$

Конкретные расчеты составляющих достоверности и выяснение причин отдельных погрешностей связаны со знанием условий контроля, которые здесь мы не анализируем [7, 9—11].

## 5. ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ НОРМАТИВНЫХ УРОВНЕЙ

### 5.1. Постановка задачи

Рассмотрим возможность расчетного обоснования норм допустимости дефектов. В работах [3, 4] показано, что нормы малозначительных дефектов (отдельных пор, шлаковых включений, отдельных неспаров) могут для одних и тех же типов изделий и соединений отличаться в несколько (иногда в десятки!) раз. Причина этих различий в том, что до настоящего времени нет практически достаточно четкого представления о методике расчета этих норм. Каждое ведомство устанавливает свой нормативный уровень.

По нашему мнению, при обосновании норм допустимости малозначительных дефектов целесообразно учитывать одновременно два фактора: возможное влияние дефектов на работоспособность соединений и вероятность появления этих дефектов при данном уровне технологии сварки.

Исходя из этого, система, критерии и величины допустимых дефектов должны быть направлены на решение комплексно двух задач: с одной стороны, обеспечения гарантированной вероятности для заданного уровня работоспособности соединения, а с другой — гарантированной вероятности отсутствия (при данной технологии) дефектов недопустимого размера или вида.

Для решения первой задачи в нормах указывают размеры, природу (вид), геометрию (тип) дефектов и стремятся учесть конструктивно-эксплуатационные характеристики влияния отдельных дефектов на работоспособность изделий и соединений. Вторая задача связана с предупредительной функцией контроля, т. е. со статистическим регулированием. Для решения второй задачи нет необходимости в детерминированной оценке каждого отдельного дефекта, однако требуется какой-то интегральный показатель, учитывающий уровень дефектности при данной технологии.

Указанный выше в разделе 2 критерий  $g$ , (эквивалентная дефектность контролируемого элемента) учитывает одновременно величину, количество, виды и типы дефектов путем их приведения к эквивалентной относительной площади (эквивалентной длине или другому аналогичному показателю). Этот критерий принципиально пригоден для радиационных, ультразвуковых и магнитографических методов неразрушающего контроля сварных соединений, проката и других видов продукции.

## 5.2. Эксплуатационная и технологическая модели

В основу определения величины норм допустимых дефектов целесообразно положить две расчетные модели: технологическую и эксплуатационную, используемые одновременно. Соответственно этим моделям рассмотрим две вероятностные характеристики дефектов, полученные опытным путем на сварных соединениях [2, 4]:

$$1) \Phi_{p.n} = \text{Вер}(X > x_n); \quad 2) \Delta\Phi_n = \text{Вер}(W < \omega_n), \quad (5.1)$$

где  $\Phi_{p.n} = \alpha_n$  — нормативная вероятность появления из общего числа дефектов (или дефектных участков) дефектов с размерами  $X$ , большими некоторого нормативного размера  $x_n$  (рис. 5.1, а);  $\Delta\Phi_n$  — нормативная

вероятность потери работоспособности  $W$  соединением ниже некоторого нормативного уровня  $\omega_n$  из-за наличия дефектов размером  $x$ .

Условия расчета норм по модели имеют вид:  $\Phi_p < \Phi_{p.n}$  — для технологической;  $\Delta\Phi < \Delta\Phi_n$  — для эксплуатационной.

Ниже дан пример для сварных тавровых соединений стержень — пластина. Он наиболее прост в методичес-

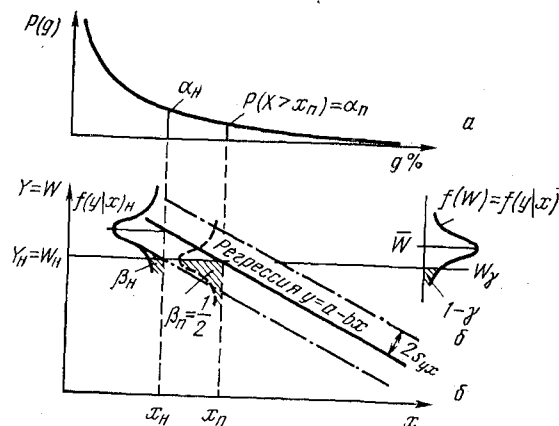


Рис. 5.1. Схема вероятностного определения нормативного  $x_n$  и порогового  $x_n$  размера дефектов:

а — вероятность появления дефектов; б — регрессия влияния дефектов на прочность соединений

ком отношении, так как в этих стыках встречаются обычно дефекты только одного вида, но с разной площадью  $\Delta S$ , мм<sup>2</sup>.

Пример 5.1. Частоты появления дефектов разной площади получены по результатам вскрытия испытанных стыков и аппроксимированы экспонентой с плотностью распределения  $f_p(x)$  (см. рис. 2.6):

$$f_p(x) = 0,07 \exp(-0,07x). \quad (5.2)$$

Влияние дефектов относительной площадью  $g$   $X = \%$  на прочность  $\sigma_y = Y$  выражено линейной регрессией вида  $y = a - bx$ , а также условными распределениями  $f(y|x)$  и  $f(x|y)$  (рис. 5.1, б).

Пересечение линии регрессии и нормативного уровня прочности сварного соединения  $\omega_n = \omega_y$  соответствует так называемому пороговому размеру  $x_n$  дефекта. Для  $X = x_n$  вероятности влияния и не влияния дефекта на прочность соединения равны 0,5, что хорошо видно из кривых  $f(y|x)$ . Нормативный уровень  $\omega_n$  соответствует вероятности  $\gamma$  для реализации значений прочности сварных соединений.

Значение  $\gamma$  выбрано, исходя из условий равновероятной прочности основного металла и сварного соединения (см. рис. 4.9).

Для конкретных соединений (сварка под флюсом стержня диаметром 16 мм с пластиной в тавр) имеем регрессию  $y=610-43x$ , при коэффициенте корреляции  $r_{xy} \approx -0,8$ .

Пороговая величина  $x_n$  составляет:  $g_n=0,1=10\%$ , а площадь  $\Delta S_n=20 \text{ мм}^2$ .

Расчет по эксплуатационной модели для порогового размера дефекта даст следующее:

$$\Delta \varphi_n = \varphi_B \varphi_P = p_1 p_2 p_3 = \beta_n \alpha_n q_\Sigma = 0,5 \cdot 0,25 \cdot 0,1 \approx 0,012,$$

где  $p_1 = \beta_n = 0,5$ ;  $p_2 = \alpha_n = \exp(-0,7 \cdot \Delta S_n) = (-0,07 \cdot 20) = 0,25$ ;  $p_3 = q_\Sigma$  — доля дефектности по всем возможным размерам дефектов. Для данной технологии  $q_\Sigma = \text{const} = 0,1$ .

Расчет по технологической модели даст вероятность появления дефектов:

$$\varphi_{p,n} = p_2 p_3 = \alpha_n q_\Sigma = 0,25 \cdot 0,1 = 0,025.$$

Таким образом, если принять норму  $x_n = x_n$ , то вероятность получения соединений с прочностью  $\sigma_n < 560 \text{ МПа}$  будет около 1%. В то же время по выявленным при контроле недопустимым дефектам доля брака составит 2,5%.

При назначении норм следует учитывать экономически оптимальный вариант, когда сумма технологических затрат  $T$  на предотвращение дефектности и эксплуатационных  $\Delta$  на ликвидацию дефектности и ее последствий будет наименьшей. На рис. 5.2 условно показаны два варианта изменения эксплуатационных затрат  $\Delta'$  и  $\Delta''$ . При варианте  $\Delta'$ , когда ущерб от дефектности сравнительно мал, экономически оптимальный уровень нормативной дефектности  $x_n = x_2$ . Если же ущерб  $\Delta''$  резко растет, то  $x_n < x_2$ .

Практически для расчетов  $(T + \Delta)_{\min}$  не всегда имеются данные, поэтому, принимая эксплуатационную модель расчета, удобно использовать понятия запаса норм  $\eta$ . Запас по размеру  $\eta_x$  есть отношение порогового (критического) размера к нормативному, а запас по вероятности  $\eta_{\text{вер}}$  — отношение критической потери работоспособности к нормативной:

$$\eta_x = x_n / x_n; \quad \eta_{\text{вер}} = \Delta \varphi_n / \Delta \varphi_n = \alpha_n \beta_n / \alpha_n \beta_n.$$

Например, при запасе  $\eta_x = 2$ ,  $x_n = 5\%$ ;  $\Delta S_n = 8 \text{ мм}^2$ ,  $p_2 = \alpha_n = (-0,07 \cdot 8) = 0,5$ . Доля брака  $B = 5\%$ .

В то же время  $x_n$  при установленном из опыта  $s_{yx} = \text{const}$  соответствует примерно двухсигмовому отклонению  $2s_{yx}$  от линии регрессии, поэтому  $p_1 = \beta_n = 0,02$ .

Получаем  $\eta_v = \eta_{\text{вер}} = 12$ , а  $\eta_v / \eta_x = 6$ .

Таким образом, оценка запаса по вероятности значительно эффективнее, чем оценка запаса по размеру. Часто по расчету можно установить, что существующие нормы дефектов отвечают неравенству  $x_n \ll x_n$ , т. е. запасы велики, например  $\eta_v \gg 50-100$  или  $\eta_x \gg 5-10$ . Тогда эти нормы следует условно считать технологи-

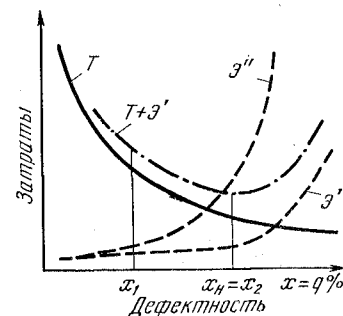


Рис. 5.2. Схема выбора экономически оптимального варианта норм допустимых дефектов, исходя из анализа технологических ( $T$ ) и эксплуатационных ( $\Delta$ ) затрат

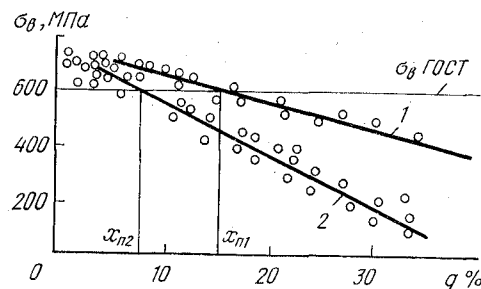


Рис. 5.3. Схема определения коэффициентов приведения конкретных дефектов (1) и красных (2) дефектов к эквивалентным ( $x_{n1}$ ,  $x_{n2}$  — пороговые размеры)

ческими, если же  $x_n$  и  $x_n$  одного порядка, то — эксплуатационными.

Рассмотренный пример вероятностных моделей обоснования норм дефектов разработан для статических нагрузок и пластичных материалов. Однако эти же модели могут быть с некоторыми коррективами применимы и для «особых» условий нагружения [2, 3].

По эксплуатационной модели нормирования дефектов легко определить также коэффициенты приведения (рис. 5.3).

Определим их для сварных тавровых соединений. Приняв для центрально расположенных дефектов (1), как наименее опасных, коэффициент приведения  $\rho_1 = 1$ , получаем для краевых дефектов (2) коэффициент приведения как отношение пороговых размеров 1-го и 2-го типов дефектов:  $\rho_{21} = x_{n1} / x_{n2} = 20 / 10 = 2$ .

### 5.3. Шкалы дефектности и системы категорий контроля

Анализ норм TGL (ГДР), норм «Бойлер-кода» ASME (США) и стандартов JIS (Япония) показал, что в структуре норм заложены следующие примерные значения коэффициентов приведения  $\rho$ : а) единичные округлые поры 1; б) цепочки, скопления пор, вытянутые поры 0,65—2; в) шлаки округлые 0,5—1,5; г) шлаки вытянутые 0,65—2,3; д) несплавления по кромкам 5—8; е) непровар в одностороннем шве 5—3; ж) непровар в двустороннем шве 0,15—2,7.

Таким образом, коэффициенты приведения  $\rho$  в отраслевых правилах (ПК) могут назначаться с учетом этих рекомендаций. По мере накопления данных исследований следует уточнять значения коэффициентов приведения для конкретных дефектов, изделий и условий производства.

Рассматривая вопрос о системе оценки дефектности сварных соединений, необходимо иметь в виду указанные ниже особенности выборочного контроля в сварочном производстве и ряде других производств. Традиционно установилось представление о том, что существующие выборочные (2—20%) испытания сварных швов служат для приемочного контроля. По его результатам систематически исправляют (вырубает) швы с недопустимыми дефектами. Причем доля вырубки (брака) составляет часто до 5—10% от объема сварки и даже более. Исходя из статистической модели контроля, вырубка дефектов при выборочном контроле соединений, как правило, нецелесообразна по следующим соображениям. Во-первых, в неконтролируемой части швов (которая составляет соответственно 98—80%) остается при стабильной технологии тот же уровень дефектности, что и в выборке. Во-вторых, как показали исследования, большинство норм допустимости дефектов технологические, а не эксплуатационные. Например, запас норм по размерам включений обычно более чем десятикратный, поскольку пороговая площадь включений и пор составляет 5—10% от  $S_p$ , а норма — обычно менее 1—0,1% [3, 4].

Следовательно, основной задачей выборочного контроля должно быть статистическое регулирование технологического процесса, т. е. осуществление предупреди-

тельных функций. По результатам такого контроля следует принимать решения о корректировке технологии, изменении объемов контроля, поощрении операторов и др. В случае появления недопустимых дефектов (трещин и трещиноподобных несплошностей) следует переходить к сплошному контролю.

Вопросы, рассмотренные ранее (объемы и достоверность контроля, а также допустимость дефектов), позволяют подойти к постановке и решению важной проблемы неразрушающего контроля — установлению типовой системы уровней (групп или категорий) контроля. Пока такие категории контроля приняты только в отдельных ведомствах для некоторых видов продукции. Например, в самолетостроении ряда стран для сварных швов существуют две группы контроля: усиленный и нормальный; в судостроении — четыре категории ответственности сварных швов и т. д. Уровни контроля предусмотрены ГОСТ 18242—72.

К сожалению, в каждом ведомстве различно не только число этих уровней, но также их название и содержание. Как правило, с категориями контроля связаны нормы допустимости дефектов, виды и объемы контроля, назначаемые в процентах от объема изготовленной продукции. Достоверность обычно ни в каких правилах контроля пока не регламентируют, и уровни качества оказываются трудно сравнимыми не только для продукции разных стран, но и для продукции разных заводов в одной стране.

Исходя из вероятностного подхода к оценке качества, целесообразно пользоваться следующей системой назначения уровней контроля (табл. 5.1). В таблице, как в методическом примере, условно приведена шкала на шесть уровней контроля. Предусмотрены три категории качества изделий, причем первая — самая высокая. На каждую категорию приходится два уровня контроля: усиленный (без индекса) и обычный (с индексом «а»). Нормы допустимости даны отдельно для критических и малозначительных дефектов, причем последние можно нормировать по десятибалльной шкале и показателю  $g = S/S_p$  [3]. Слово «норма» для непроваров означает их допустимость в той или иной степени.

Достоверность выборочных оценок и достоверность метода контроля заданы также отдельно для крити-

Таблица 5.1

## Пример применения шкалы уровней контроля

| Шкала уровней контроля | Критерии уровня контроля |                     |                |                                                                                     |                                          |                                                    |                                      |                                         |
|------------------------|--------------------------|---------------------|----------------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|----------------------------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------------|
|                        | категория качества       | критические дефекты |                | проходная ступень дефектности по десятибалльной шкале для малозначительных дефектов | достоверность выборочных оценок дефектов |                                                    | достоверность выявления дефектов, %  |                                         |
|                        |                          | трещины             | непровары      |                                                                                     | критических $\beta$ (риск потребителя)   | малозначительных $\alpha + \beta$ (суммарный риск) | критических % $\beta$ (недобраковка) | малозначительных $D_{\Sigma}$ или $D_T$ |
| 1                      | 1                        | Не допускаются      | Не допускаются | 1                                                                                   | $<0,05$                                  | 0,10                                               | 0,27                                 | 90                                      |
| 1-а                    | 1                        | То же               | То же          | 2                                                                                   | 0,05                                     | 0,20                                               | 1                                    | 80                                      |
| 2                      | 2                        | —                   | —              | 3                                                                                   | 0,10                                     | 0,30                                               | 2                                    | 70                                      |
| 2-а                    | 2                        | Нет                 | Норма          | 4                                                                                   | 0,10                                     | 0,40                                               | 5                                    | 60                                      |
| 3                      | 3                        | »                   | »              | 5                                                                                   | 0,20                                     | Не нормируется                                     | 10                                   | 50                                      |
| 3-а                    | 3                        | »                   | »              | 6                                                                                   | $>0,20$                                  | То же                                              | $>10$                                | Не нормируется                          |

ческих и малозначительных дефектов. Показателями для достоверности выборки взяты риски  $\beta$  и  $\beta + \alpha$ , а для достоверности метода — вероятность недобраковки  $\% \beta$  по критическим дефектам и статистическая выявляемость, т. е. достоверность выявления дефектов  $D_{\Sigma}$  или  $D_T$  для малозначительных дефектов.

Пользуясь перечнем и величиной критериев, данных в табл. 5.1, можно разработать шкалу групп контроля в ТУ для конкретных изделий. Исходя из требуемой достоверности контроля, надежности оценок и допустимости дефектов, в этих ТУ должны регламентироваться конкретные методы и планы контроля, браковочные характеристики дефектов и т. п.

Если технология не стабильная, то контроль следует ужесточить, переводя изделия на время отладки процесса сварки на один уровень вверх по шкале. Если изделие или соединение не дефектоскопично, то требуемую достоверность оценки качества обеспечивают на

основе контроля точности технологического процесса и статистического регулирования его режима, а также на образцах-свидетелях по выборочному разрушающему контролю.

Категории качества изделий, или, как их иногда называют, категории ответственности, целесообразно устанавливать, исходя из возможного ущерба от пропуска некачественной (дефектной) продукции. При этом расчеты этого ущерба должны включать не только стоимость ремонта дефектной продукции, но и стоимость ликвидации последствий возможной аварии из-за пропущенных дефектов (см. раздел 6).

## 6. ОРГАНИЗАЦИОННО-ЭКОНОМИЧЕСКИЕ

### АСПЕКТЫ ПРОБЛЕМЫ

#### «КАЧЕСТВО — ДОСТОВЕРНОСТЬ — ЭФФЕКТИВНОСТЬ»

##### 6.1. Модель оценки эффективности

Понятие «эффективность производства» более широкое, чем понятие качества продукции. Качество  $Q$  целесообразно рассматривать как одну из сторон эффективности  $E$  наряду с другими составляющими — производительностью  $V$  и затратами  $Z$ :

$$E = QV/Z. \quad (6.1)$$

Данная модель указывает на возможность достижения высокой эффективности путем оптимизации составляющих: либо увеличения показателей качества  $Q$  и производительности  $V$ , либо уменьшения удельных затрат  $Z$ . Для выбора путей оптимизации эффективности следует оценивать конкретно показатели  $Q$ ,  $V$ ,  $Z$ , но окончательно решать эту задачу следует только комплексно с учетом реальных условий применимости и значимости каждого показателя.

Основная задача управления качеством продукции состоит в обеспечении необходимого уровня качества. Выше указано, что контроль качества сварки должен быть направлен в первую очередь на совершенствование технологии. Поэтому при выборе путей повышения качества до оптимального уровня экономической оценке подлежат два фактора: эффективность введения (или

замены) тех или иных контрольных операций; эффективность усовершенствования технологии с целью перехода на более высокий уровень качества.

Общая методика экономических расчетов при замене и введении новых технологических или контрольных операций не отличается от обычных методик, изложенных в соответствующих книгах по экономике и организации производства. Поэтому здесь мы подробно не останавливаемся на общих вопросах, а обращаем внимание читателя только на некоторые важные особенности расчетов, которые пока мало учитывают на практике.

При расчетах обоих указанных выше факторов весьма важна правильная оценка ущерба от допущенного брака или ослабленного контроля качества продукции. Исходя из этого целесообразно рассматривать два критерия оценки ущерба: линейный и обобщенный.

## 6.2. Оценка обобщенного ущерба от брака

Уровень качества продукции по результатам контроля принято часто оценивать долей брака (Б). Выход годной продукции в этом случае может быть оценен линейным показателем годности или просто долей годности:  $\Gamma = 1 - Б$ , причем  $0 < \Gamma < 1$ .

Прямые потери  $У_{л}$  от низкого качества продукции можно в первом приближении считать линейно завися-

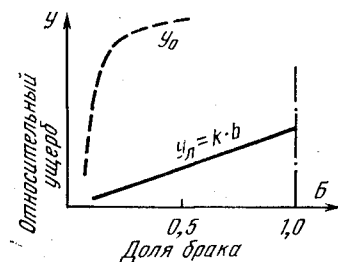


Рис. 6.1. Качественная зависимость относительного ущерба  $У$  от доли брака  $Б$  ( $У_{л}$  — линейный ущерб;  $У_{о}$  — обобщенный ущерб)

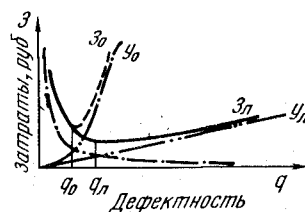


Рис. 6.2. Примерная связь между затратами на ремонт и величиной допустимой дефектности  $q$ :

$З_{л}, q_{л}$  — затраты и норма дефектности для линейного ущерба;  $З_{о}, q_{о}$  — для обобщенного (интегрального) ущерба с учетом ликвидации последствий брака или аварий

щими от доли бракованных изделий. Общие потери  $У_{о}$  от низкого качества продукции в народном хозяйстве существенно нелинейны (рис. 6.1), поскольку в них учтены прямые и косвенные последствия аварий, простоя оборудования и т. п. Например, стоимость сварки одного стыка трубы может составлять примерно 1 руб., но ремонт одного некачественного стыка обходится около 10 руб., а ликвидация последствий разрыва этого стыка на современном энергоблоке тепловой или атомной станции может составить  $10^5$ — $10^6$  руб. и более.

Указанный выше показатель годности рационален лишь тогда, когда относительный ущерб от брака постоянен или пропорционален проценту брака, т. е.  $У_{л} \approx k \cdot Б$  (см. 6.1), где  $У_{л}$  качественно определяют как отношение

$$У_{л} \approx \frac{\text{стоимость исправления брака}}{\text{стоимость изготовления и контроля}} = \frac{С_{б}}{С_{и} + С_{к}}. \quad (6.2)$$

Если незначительный брак выводит из строя дорогостоящее изделие, т. е. зависимость ущерба  $У$  от брака  $Б$  нелинейная, следует использовать обобщенный (интегральный) показатель годности  $\Gamma_{о}$ , причем  $\Gamma_{о} = 1/У_{о}$ . Тогда обобщенный относительный ущерб  $У_{о}$  можно оценить приближенно как отношение:

$$У_{о} \approx \frac{\text{затраты на ликвидацию последствий брака}}{\text{стоимость изготовления и контроля}} = \frac{С_{п.б}}{С_{и} + С_{к}}. \quad (6.3)$$

Данные по обобщенному ущербу  $У_{о}$  следует собирать на основе статистики аварий или результатов обследований. Эти данные могут также заранее приближенно оценивать проектанты.

Поскольку аварии — это редкие случайные события, то ущерб  $У_{о}$  не будет связан функционально с какими-либо параметрами технологии, но он будет коррелирован с технологическими затратами на изготовление и контроль данной продукции.

Величины  $У_{о}$  и  $\Gamma_{о}$  пока мало учитывают на практике, заменяя их  $У_{л}$  и  $\Gamma_{л}$ . Но именно обобщенные характеристики потерь  $У_{о}$  важны при обосновании более совершенной (но иногда более дорогостоящей) технологии изготовления и контроля изделий. Они столь же необходимы и при введении новой системы управления качеством или пересмотре норм допустимости дефектов или объемов контроля.

Например, с учетом затрат на ликвидацию последствий брака  $C_{п.б}$  и  $U_0$  нормы допустимых дефектов сварных соединений могут быть уменьшены от  $q_d$  до  $q_0$ . Это видно из сравнения общих затрат  $Z$  на сварку, контроль и исправление последствий брака в случае расчета минимальных затрат по линейному  $U_d$  и по интегральному  $U_0$  ущербу (рис. 6.2).

Показатель обобщенного ущерба может служить критерием для обоснования категорий ответственности изделий (или сварных соединений), а следовательно, и для экономического обоснования дополнительных затрат на совершенствование технологии, контроль и улучшение качества.

Примерные расчеты затрат на ликвидацию последствий брака в ряде отраслей позволяют рекомендовать следующую ориентировочную шкалу категорий в зависимости от возможного относительного ущерба:

|                                 |           |             |             |             |          |
|---------------------------------|-----------|-------------|-------------|-------------|----------|
| Возможный ущерб, руб. . . . .   | $\leq 10$ | $\leq 10^2$ | $\leq 10^3$ | $\leq 10^4$ | $> 10^5$ |
| Категории ответственности . . . | 1*        | 2           | 3           | 4           | 5**      |

\* Низшая.  
\*\* Высшая.

Таким образом, если при 1 руб. технологических (Т) затрат возможны потери от исправления последствий брака на 1—10 руб., то это малоответственные соединения. Если же при ~10 руб. Т-затрат возможны потери в миллионы рублей, то такие изделия следует относить к высокоответственным. Подробные примеры расчетов см. в [2].

### 6.3. Знак качества и достоверность

Одним из мероприятий, которые должны способствовать повышению качества продукции, служит ее аттестация на государственный Знак качества. При аттестации компетентная комиссия рассматривает аттестуемые изделия и оценивает их по ряду параметров. Одни из таких важнейших параметров — стабильность и уровень технологического процесса, который обеспечивает выпуск изделия.

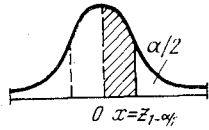
Практика показывает, что достоверность оценки качества изделия зависит в первую очередь именно от достоверности оценки стабильности технологии.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

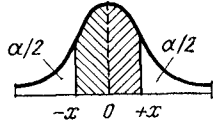
1. Бендерский А. М. Статистическое регулирование технологических процессов методом кумулятивных сумм. М., «Знание», 1973. 70 с. с ил.
2. Контроль качества сварки. Под ред. В. Н. Волченко. М., «Машиностроение», 1975. 328 с. с ил.
3. Волченко В. Н. Оценка и контроль качества сварных соединений с применением статистических методов. М., Изд-во стандартов, 1974. 160 с. с ил.
4. Волченко В. Н. Статистические методы управления качеством по результатам неразрушающего контроля. М., «Машиностроение», 1976. 64 с. с ил.
5. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Изд. 5-е. М., «Высшая школа», 1977. 480 с. с ил.
6. Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д. Математические методы в теории надежности. М., «Наука», 1965. 524 с. с ил.
7. Гурвич А. К. — В кн.: Комплексная дефектоскопия. М., МДНТП, 1975, с. 26—30.
8. Денисов Л. С., Волченко В. Н. — «Монтажные и специальные работы в строительстве», 1975, № 1, с. 38—41.
9. Ермолов И. Н. — «Дефектоскопия», 1968, № 1, с. 12—16.
10. Райхман А. З. — «Дефектоскопия», 1975, № 5, с. 48—51.
11. Розина М. Ф., Яблонин Л. М. — «Дефектоскопия», 1975, № 6, с. 32—35.
12. Айвазян С. А. Статистическое исследование зависимостей. М., «Металлургия», 1968. 228 с. с ил.
13. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М., «Наука», 1969. 576 с. с ил.
14. Кузнецов А. А., Алифанов О. М., Ветров В. Н. Вероятностные характеристики прочности авиационных материалов и размеров сортамента. М., «Машиностроение», 1970. 562 с. с ил.
15. Математическая статистика. Под ред. А. М. Длинна. М., «Высшая школа», 1975. 398 с. с ил.
16. Волченко В. Н. Количественная оценка надежности сварных соединений. Л., ЛДНТП, 1970. 20 с. с ил.
17. Коуден Д. Статистические методы контроля. Пер. с англ. М., Физматгиз, 1961. 624 с. с ил.
18. Разумный В. М. Оценка параметров автоматического контроля. М., «Энергия», 1975. 80 с. с ил.
19. Хенсен В. Контроль качества. Пер. с англ. М., «Прогресс», 1968. 520 с. с ил.
20. Шиндовский Э., Шюрц О. Статистические методы контроля производства. М., Изд-во стандартов, 1969. 544 с. с ил.
21. Шор Я. Б. Статистические методы анализа и контроля качества и надежности. М., «Советское радио», 1962. 552 с. с ил.
22. Шор Я. Б., Кузьмин Ф. И. Таблицы для анализа и расчета надежности. М., «Советское радио», 1968. 314 с. с ил.
23. Хан Г., Шапиро С. Статистические методы в инженерных задачах. Пер. с англ. М., «Мир», 1969. 396 с. с ил.
24. Худсон Д. Статистика для физиков. Пер. с англ. М., «Мир», 1970. 296 с. с ил.
25. Шторм Р. Теория вероятностей. Математическая статистика. Статистический контроль качества. Пер. с нем. М., «Мир», 1970. 380 с. с ил.

# ПРИЛОЖЕНИЕ 1

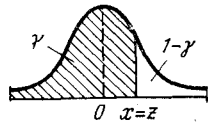
## ИНТЕГРАЛЫ ВЕРОЯТНОСТЕЙ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ



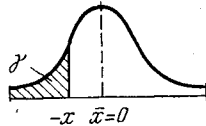
$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$



$$2\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$



$$\Phi^*(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz = 0,5 + \Phi(x)$$



$$\Phi^*(-x) = 1 - \Phi^*(x)$$

Таблица П1

Значения интегралов вероятностей для функции нормального распределения

| $x = z_p$ | Вероятности «р» |            |              |             |              |
|-----------|-----------------|------------|--------------|-------------|--------------|
|           | $\Phi(x)$       | $2\Phi(x)$ | $1-2\Phi(x)$ | $\Phi^*(x)$ | $\Phi^*(-x)$ |
| 0,0       | 0,0000          | 0,0000     | 0,0000       | 0,5000      | 0,5000       |
| 0,1       | 0,0398          | 0,0797     | 0,9203       | 0,5398      | 0,4602       |
| 0,2       | 0,0793          | 0,1585     | 0,8415       | 0,5793      | 0,4207       |
| 0,3       | 0,1179          | 0,2358     | 0,7642       | 0,6179      | 0,3821       |
| 0,4       | 0,1554          | 0,3108     | 0,6892       | 0,6554      | 0,3446       |
| 0,5       | 0,1915          | 0,3829     | 0,6171       | 0,6915      | 0,3085       |
| 0,6       | 0,2257          | 0,4515     | 0,5485       | 0,7257      | 0,2743       |
| 0,7       | 0,2580          | 0,5161     | 0,4839       | 0,7580      | 0,2420       |
| 0,8       | 0,2881          | 0,5763     | 0,4237       | 0,7881      | 0,2119       |
| 0,9       | 0,3159          | 0,6319     | 0,3681       | 0,8159      | 0,1841       |
| 1,0*1     | 0,3413          | 0,6827     | 0,3173       | 0,8413      | 0,1587       |

Продолжение табл. П1

| $x = z_p$ | Вероятности «р» |            |              |             |              |
|-----------|-----------------|------------|--------------|-------------|--------------|
|           | $\Phi(x)$       | $2\Phi(x)$ | $1-2\Phi(x)$ | $\Phi^*(x)$ | $\Phi^*(-x)$ |
| 1,10      | 0,3643          | 0,7287     | 0,2713       | 0,8643      | 0,1357       |
| 1,20*2    | 0,3849          | 0,7699     | 0,2301       | 0,8849      | 0,1157       |
| 1,30      | 0,4032          | 0,8064     | 0,1936       | 0,9032      | 0,0968       |
| 1,40      | 0,4192          | 0,8385     | 0,1615       | 0,9192      | 0,0808       |
| 1,50      | 0,4332          | 0,8664     | 0,1336       | 0,9332      | 0,0668       |
| 1,60      | 0,4452          | 0,8904     | 0,1096       | 0,9452      | 0,0548       |
| 1,65*3    | 0,4505          | 0,9011     | 0,0989       | 0,9505      | 0,0495       |
| 1,70      | 0,4554          | 0,9109     | 0,0891       | 0,9554      | 0,0446       |
| 1,80      | 0,4641          | 0,9281     | 0,0719       | 0,9641      | 0,0359       |
| 1,90      | 0,4713          | 0,9426     | 0,0574       | 0,9713      | 0,0288       |
| 1,96*4    | 0,4750          | 0,9500     | 0,0500       | 0,9750      | 0,0250       |
| 2,00      | 0,4772          | 0,9545     | 0,0455       | 0,9772      | 0,0228       |
| 2,10      | 0,4821          | 0,9643     | 0,0357       | 0,9821      | 0,0179       |
| 2,20      | 0,4861          | 0,9722     | 0,0278       | 0,9861      | 0,0139       |
| 2,30      | 0,4893          | 0,9786     | 0,0214       | 0,9893      | 0,0107       |
| 2,33*5    | 0,4900          | 0,9800     | 0,0200       | 0,9900      | 0,0100       |
| 2,40      | 0,4918          | 0,9836     | 0,0164       | 0,9918      | 0,0082       |
| 2,50      | 0,4938          | 0,9876     | 0,0124       | 0,9938      | 0,0062       |
| 2,58*6    | 0,4951          | 0,9901     | 0,0099       | 0,9950      | 0,0049       |
| 2,60      | 0,4953          | 0,9907     | 0,0093       | 0,9953      | 0,0047       |
| 2,70      | 0,4965          | 0,9931     | 0,0069       | 0,9965      | 0,0035       |
| 2,80      | 0,4974          | 0,9949     | 0,0051       | 0,9974      | 0,0026       |
| 2,90      | 0,4981          | 0,9962     | 0,0038       | 0,9981      | 0,0019       |
| 3,00*7    | 0,4987          | 0,9973     | 0,0027       | 0,9987      | 0,0014       |
| 3,09*8    | —               | —          | —            | 0,9989      | 0,0010       |
| 3,50      | 0,4998          | 0,9995     | 0,0005       | 0,9998      | 0,0002       |
| 4,00      | 0,4937          | 0,945      | 0,045        | 0,9468      | 0,0432       |

\*1 Расчет ведется при  $\gamma=2\Phi \approx 0,68$ ; \*2 При  $\gamma=\Phi^* \approx 0,90$ ; \*3 При  $\gamma=\Phi^* \approx 0,95$ ; \*4  $\gamma=2\Phi=0,95$ ; \*5  $\gamma=\Phi^*=0,99$ ; \*6  $\gamma=2\Phi \approx 0,99$ ; \*7  $\alpha=0,27\%$ ; \*8  $\gamma=\Phi^* \approx 0,999$ .

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

### t-РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СТЬЮДЕНТА



Таблица П2

Значения  $t_{\gamma} = t(\gamma, n)$ 

| n  | $\gamma$ |      |       | n        | $\gamma$ |       |       |
|----|----------|------|-------|----------|----------|-------|-------|
|    | 0,95     | 0,99 | 0,999 |          | 0,95     | 0,99  | 0,999 |
| 5  | 2,78     | 4,60 | 8,61  | 20       | 2,093    | 2,861 | 3,883 |
| 6  | 2,57     | 4,03 | 6,86  | 25       | 2,064    | 2,797 | 3,745 |
| 7  | 2,45     | 3,71 | 5,96  | 30       | 2,045    | 2,756 | 3,659 |
| 8  | 2,37     | 3,50 | 5,41  | 35       | 2,032    | 2,729 | 3,600 |
| 9  | 2,31     | 3,36 | 5,01  | 40       | 2,023    | 2,708 | 3,558 |
| 10 | 2,26     | 3,25 | 4,78  | 45       | 2,016    | 2,692 | 3,527 |
| 11 | 2,23     | 3,17 | 4,59  | 50       | 2,009    | 2,679 | 3,502 |
| 12 | 2,20     | 3,11 | 4,44  | 60       | 2,001    | 2,662 | 3,461 |
| 13 | 2,18     | 3,06 | 4,32  | 70       | 1,996    | 2,649 | 3,439 |
| 14 | 2,16     | 3,01 | 4,22  | 80       | 1,001    | 2,640 | 3,418 |
| 15 | 2,15     | 2,98 | 4,14  | 90       | 1,987    | 2,633 | 3,403 |
| 16 | 2,13     | 2,95 | 4,07  | 100      | 1,984    | 2,627 | 3,392 |
| 17 | 2,12     | 2,92 | 4,02  | 120      | 1,980    | 2,617 | 3,374 |
| 18 | 2,11     | 2,90 | 3,97  | $\infty$ | 1,960    | 2,576 | 3,291 |
| 19 | 2,10     | 2,88 | 3,92  |          |          |       |       |

Примечание.  $\gamma$  — вероятность того, что  $t$  отличается от нулевого среднего в любую сторону не более чем на  $t$ .  $1-\gamma = t_{\alpha}$  при объеме выборки  $n$  (пример см. в разделе 1).

## ПРИЛОЖЕНИЕ 3

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПУАССОНА

Таблица П3

Значения вероятностей  $P(x=d) = a^d e^{-a} / d!$ 

| d | a     |       |       |       |       |       |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|   | 0,1   | 0,2   | 0,3   | 0,4   | 0,5   | 0,6   |
| 0 | 0,905 | 0,819 | 0,741 | 0,670 | 0,607 | 0,549 |
| 1 | 0,090 | 0,164 | 0,222 | 0,268 | 0,303 | 0,329 |
| 2 | 0,005 | 0,016 | 0,033 | 0,054 | 0,076 | 0,099 |
| 3 | 0,000 | 0,001 | 0,003 | 0,007 | 0,013 | 0,020 |
| 4 |       |       | 0,000 | 0,001 | 0,002 | 0,003 |
| 5 |       |       |       |       |       | 0,000 |
| 6 |       |       |       |       |       |       |

Продолжение табл. П3

| d | a     |       |       |       |       |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|
|   | 0,7   | 0,8   | 0,9   | 1,0   | 2     |
| 0 | 0,497 | 0,449 | 0,407 | 0,368 | 0,135 |
| 1 | 0,348 | 0,359 | 0,366 | 0,368 | 0,271 |
| 2 | 0,122 | 0,144 | 0,165 | 0,184 | 0,271 |
| 3 | 0,028 | 0,038 | 0,049 | 0,061 | 0,180 |
| 4 | 0,005 | 0,008 | 0,011 | 0,015 | 0,090 |
| 5 | 0,001 | 0,001 | 0,002 | 0,003 | 0,036 |
| 6 |       |       | 0,000 | 0,001 | 0,012 |

Примечания: 1.  $a=nq$  — среднее значение и дисперсия;  $n$  — объем выборки;  $q$  — засоренность партии;  $d$  — число повторений.  
2.  $P(x=d)$  — вероятность того, что в выборке объемом  $n$  элементов из генеральной совокупности с параметром  $a$  будет не более  $d$  дефектных элементов (пример см. в разделе 2).

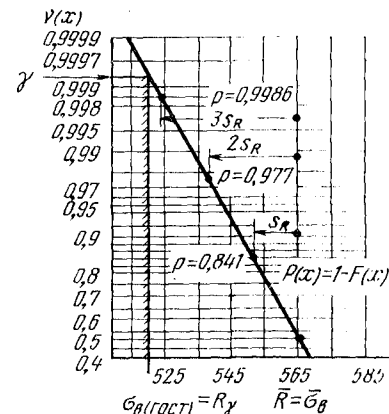
## ПРИЛОЖЕНИЕ 4

## ВЕРОЯТНОСТНАЯ СЕТКА НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Образцы из кислотостойкой нержавеющей стали испытывали на статистическую прочность. Значениям предела прочности  $\sigma_R$ , нанесенным на вероятностную сетку по оси абсцисс, соответствуют накопленные частоты, отложенные по оси ординат (см. рис.). Опытные точки легли вблизи прямой линии, что говорит о близости эмпирических данных нормальному распределению.

Определяем среднее арифметическое  $\bar{x} = \bar{R} = 565$  как абсциссу  $\bar{x} = \bar{R}$ , отвечающую вероятности  $\cdot 0,5$ . Среднее квадратическое отклонение  $s$ , а также значения  $2s_R$  и  $3s_R$  определяем как абсциссы, отвечающие вероятностям 0,841, 0,977 и 0,9986 (см. табл. П1).

Согласно ГОСТ 5949—61 браковочный уровень для данной стали  $R_{\gamma} = 520$  МПа. Определяем вероятность его реализации как:  $\gamma = \text{Вер}(R > R_{\gamma}) = 0,9994$ .



## ПРИЛОЖЕНИЕ 5

## ВЕРОЯТНОСТНАЯ СЕТКА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЙБУЛЛА—ГНЕДЕНКО

Распределение размеров дефектов-включений исследовали в стыковых кольцевых швах обечаек из стали 16ГС толщиной 20—28 мм, сваренных автоматической дуговой сваркой под флюсом. По результатам анализа около 6000 рентгеновских снимков, выполненных с чувствительностью 2% от толщины листов, построена гистограмма (см. рис. 2.7).

Аппроксимирующая функция  $F(x)$  определялась по вероятностной сетке Вейбулла—Гнеденко (см. рис.). При этом по горизонтали откладывали размер дефекта, а по вертикали — значения  $v_x$  (накопленных частот появления дефектов разного размера). Все опытные точки расположились вдоль прямой линии  $DF$ , поэтому считаем, что функция Вейбулла удовлетворительно описывает распределение обнаруженных дефектов.

Параметры функции  $\gamma$  и  $\beta$  определяют следующим образом. Через точку  $A$  трафарета проводят прямую, параллельную полученной прямой функции  $F(x)$ , до пересечения с осью  $H$  в точке  $B$ . Орди-

$\nu(x)$

0,999  
0,99  
0,98  
0,95  
0,90  
0,85  
0,75  
0,60  
0,55  
0,50  
0,40  
0,30  
0,25  
0,20  
0,15  
0,10  
0,07  
0,04  
0,02  
0,01

$F(x)$

H  
G  
A  
F  
D  
B

$m_0=1,42$   
 $\gamma=2,0$

$G\bar{x}=1,7$

x

0,1 0,2 0,3 0,5 1 2 3 5 10 20 30 50 100

Размер дефектов, мм

$$f_0(x) = \frac{\gamma}{\beta} x^{\gamma-1} \exp\left(-\frac{x^\gamma}{\beta}\right) = \frac{x}{2,1} \exp\left(-\frac{x^2}{4,2}\right).$$
$$M(X) = b_{\gamma} \beta^{1/\gamma} = 0,866 \cdot 4,2^{1/2} \approx 1,8 \text{ mm};$$

$$\sigma(X) = c_p \beta^{1/\gamma} = 0,462 \cdot 4,2^{1/2} \approx 1 \text{ mm.}$$

| Но-<br>мер<br>пп.                                             | ГОСТ      | Название                                                                                                                                         |
|---------------------------------------------------------------|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Прикладная статистика</i>                                  |           |                                                                                                                                                  |
| 1                                                             | 11.001—73 | Прикладная статистика. Ряды предпочтительных численных значений статистических характеристик                                                     |
| 2                                                             | 11.002—73 | Прикладная статистика. Правила оценки априорности результатов наблюдений                                                                         |
| 3                                                             | 11.003—73 | Прикладная статистика. Равномерно распределенные случайные числа                                                                                 |
| 4                                                             | 11.004—73 | Прикладная статистика. Правила определения оценок и доверительных границ для параметров нормального распределения                                |
| 5                                                             | 11.005—74 | Прикладная статистика. Правила определения оценок и доверительных границ для параметров экспоненциального распределения и распределения Пуассона |
| 6                                                             | 11.006—74 | Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим                                                          |
| 7                                                             | 11.007—75 | Прикладная статистика. Правила определения оценок и доверительных границ для параметров распределения Вейбулла                                   |
| 8                                                             | 11.008—75 | Прикладная статистика. Правила построения и применения вероятностных сеток                                                                       |
| <i>Терминология</i>                                           |           |                                                                                                                                                  |
| 9                                                             | 13377—75  | Надежность в технике, термины и определения                                                                                                      |
| 10                                                            | 15895—77  | Статистические методы управления качеством продукции. Термины и определения                                                                      |
| 11                                                            | 16431—70  | Качество продукции. Показатели качества и методы оценки уровня качества продукции. Термины и определения                                         |
| 12                                                            | 16504—74  | Качество продукции. Контроль и испытания. Основные термины и определения                                                                         |
| 13                                                            | 17102—71  | Качество продукции. Классификация продукции по качеству и виды дефектов. Термины и определения                                                   |
| 14                                                            | 17341—71  | Качество продукции. Основные понятия управления. Термины и определения                                                                           |
| <i>Статистическое регулирование технологических процессов</i> |           |                                                                                                                                                  |
| 15                                                            | 16467—70  | Статистические показатели точности и стабильности технологических операций. Методы расчета                                                       |
| 16                                                            | 15893—77  | Статистическое регулирование технологических процессов при нормальном распределении контролируемого параметра                                    |
| 17                                                            | 16304—74  | Управление технологическими процессами. Контроль точности технологических процессов. Общие требования                                            |
| 18                                                            | 16305—74  | Управление технологическими процессами. Методы оценки точности в условиях серийного и массового производства                                     |

| Но-<br>мер<br>пп.                                               | ГОСТ     | Название                                                                                                                                                                            |
|-----------------------------------------------------------------|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 19                                                              | 16306—74 | Управление технологическими процессами. Контроль точности технологических процессов. Методы оценки точности в условиях единичного и мелко-серийного производства                    |
| 20                                                              | 16307—74 | Управление технологическими процессами. Контроль точности технологических процессов. Методы определения периодичности подналадки автоматического и полуавтоматического оборудования |
| 21                                                              | 20737—75 | Статистическое регулирование технологических процессов методом групп качества                                                                                                       |
| 22                                                              | 20427—75 | Статистическое регулирование технологических процессов методом кумулятивных сумм выборочного среднего                                                                               |
| 23                                                              | 21406—75 | Статистическое регулирование технологических процессов методом кумулятивных сумм выборочных характеристик рассеивания                                                               |
| 24                                                              | 22248—76 | Статистическое регулирование технологических процессов методом кумулятивных сумм числа дефектов или числа дефектных единиц продукции                                                |
| <i>Надежность и методы статистического приемочного контроля</i> |          |                                                                                                                                                                                     |
| 25                                                              | 13216—74 | Приборы и средства автоматизации ГСП. Надежность. Общие технические требования и методы испытаний                                                                                   |
| 26                                                              | 16493—70 | Качество продукции. Статистический приемочный контроль по альтернативному признаку. Случай недопустимости дефектных изделий в выборке                                               |
| 27                                                              | 20736—75 | Качество продукции. Статистический приемочный контроль по количественному признаку при нормальном распределении контролируемого параметра                                           |
| 28                                                              | 10922—75 | Арматурные изделия и закладные детали сварные для железобетонных конструкций. Технические требования и методы испытаний                                                             |
| <i>Неразрушающие методы контроля</i>                            |          |                                                                                                                                                                                     |
| 29                                                              | 7512—75  | Контроль неразрушающий. Соединения сварные. Радиографический метод                                                                                                                  |
| 30                                                              | 14782—76 | Контроль неразрушающий. Швы сварные. Методы ультразвуковые                                                                                                                          |
| 31                                                              | 18353—73 | Контроль неразрушающий. Классификация методов                                                                                                                                       |
| 32                                                              | 18442—73 | Качество продукции. Неразрушающий контроль. Капиллярные методы                                                                                                                      |
| 33                                                              | 22368—77 | Контроль неразрушающий. Классификация дефектности стыковых сварных швов по результатам ультразвукового контроля                                                                     |
| 34                                                              | 23055—78 | Контроль неразрушающий. Сварка металлов плавлением. Классификация сварных соединений по результатам радиографического контроля                                                      |